

[최고의 수험물리 전문가]

윤형철

변리사 탄탄물리

[개념+기출]

— 20장 양자역학과 핵물리 —

“물리는 외우는 과목이 아니라 생각하는 과목입니다.”

세 가지 강의 철학

목차

— 성장기반 물리

(Grow-based Physics)

— 취사선택 물리

(Cut-off Strategy Physics)

— 생각하는 물리

(Thinking Physics)



물리

윤형철 교수

물리 윤형철 교수입니다.

약력

전남과학고등학교 졸업
서울대학교 사범대학 물리교육과 졸업

전 대치 미래탐구
전 대치 새움학원
현 대치 링크물리
현 변리사스쿨 물리 전문교수

개념 POINT

[양자론 개관]

물리현상
(문제상황)

→
물리량

물리법칙

I. 양자역학

1. 입자의 파동성

1 물질파 이론

빛은 간섭과 회절을 하는 파동이지만, 동시에 광자의 형태로 에너지와 운동량을 물질에 전달한다. 그렇다면 입자도 똑같은 특징을 가지지 않을까? 다시 말해 전자와 같은 입자를 에너지와 운동량을 전달하는 물질파라고 생각할 수는 없을까? 물질파 이론은 드브로이의 이러한 생각에서 시작되었다.

1. 빛의 이중성과 물질파 이론

(1) **빛의 파동성**: 1803년, 영국의 물리학자 영은 이중 슬릿 실험을 통해 빛의 간섭 현상을 관찰하는 데 성공하였다. 사람들은 영의 이중 슬릿 실험 이전까지는 뉴턴의 주장에 따라 빛이 입자라고 생각하였으나, 이중 슬릿 실험 이후 빛이 파동이라고 생각하게 되었다. 그 후 맥스웰이 전자기파의 존재를 예언하고, 빛도 전자기파의 일종이라고 주장하였다. 그리고 1887년 헤르츠가 전자기파를 발생시키고 검출함으로써 빛의 파동설이 확립되었다.

(2) **빛의 입자성**: 이중 슬릿 실험에 의하여 빛이 파동의 성질을 갖고 있다고 확신하였지만, 광전 효과와 콤프턴 효과를 통해 빛이 입자성을 가짐을 알게 되었다.

(3) **물질파 이론**: 1924년, 프랑스의 물리학자 드브로이는 파동으로 알고 있던 빛이 입자의 성질을 가지고 있다면 입자도 파동의 성질을 가질 수 있을 것이라고 생각하였다. 이것은 물질 입자가 파동의 성질을 갖는다고 해서 드브로이의 물질파 이론이라고 하고, 입자들이 나타내는 파동을 물질파 또는 드브로이파라고 하였다.

드브로이는 발표 당시에 아무런 실험적 뒷받침 없이 물질파 이론을 주장하였으며, 몇 년 후에 물질파 이론이 옳다는 것이 실험적으로 확인되었다.

드브로이(de Broglie, L. V., 1892~1987)

프랑스의 이론 물리학자로, 양자론 연구라는 논문에서 물질파 이론을 발표하였다. 이 논문은 아인슈타인에 의해 그 중요성이 인정되었고, 양자 역학의 입자-파동 이중성 개념에 결정적인 영향을 주었다. 드브로이는 전자의 파동성을 예측하여 1929년에 노벨 물리학상을 받았다.

2. 물질파

(1) **물질파 파장(드브로이 파장)**: 콤프턴 효과에서 파장이 λ 인 광자의 운동량 $p = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda}$ 라고 정의하였다. 드브로이는 이 식이 광자뿐만 아니라 입자에도 적용된다고 생각하고, 운동량이 p 인 입자는 $\lambda = \frac{h}{p}$ 로 주어지는 고유의 파장을 가진다고 제안하였다. 즉, 질량 m 인 입자가 속력 v 로 운동할 때 입자의 물질파 파장은 다음과 같다.

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \quad (\text{플랑크 상수 } h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})$$

(2) 파동성의 관찰: 회절과 간섭은 입자가 보일 수 없는 성질이다. 파동 이론에 따르면 일반적으로 회절과 간섭을 나타내는 슬릿의 크기는 파장과 비슷해야 한다. 슬릿의 폭이 파장에 비해 너무 크면 회절이 거의 일어나지 않는다. 빛의 간섭이 19세기 초에 발견된 것도 빛의 파장이 너무 짧아서 일상에서 쉽게 관찰되는 틈에서는 회절이 거의 일어나지 않기 때문이다.

(3) 물질파의 파장과 입자의 파동성 관찰: 플랑크 상수 h 는 아주 작은 수이기 때문에, 우리 주변에서 볼 수 있는 물체들의 물질파 파장은 아주 짧다. 예를 들어 질량이 1 kg인 입자가 10 m/s의 속력으로 운동할 때 이 입자의 물질파 파장은

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{1 \text{ kg} \times 10 \text{ m/s}} = 6.63 \times 10^{-35} \text{ m}$$

로 아주 작으며 이와 비슷한 크기의 슬릿을 만드는 것은 불가능하므로, 입자의 파동성을 관찰할 수 없었다. 그러나 전자와 같이 질량이 작은 입자의 경우에는 이와 다르다. 예를 들어 전자를 100 V의 전압으로 가속할 때 전자의 속력은 $\frac{1}{2}mv^2 = eV$ 에서 $v = \sqrt{\frac{2eV}{m}}$ 가 되므로, 이때 전자의 물질파 파장은 다음과 같다.

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2meV}} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{\sqrt{2 \times (9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}) \times (1.60 \times 10^{-19} \text{ C}) \times (100 \text{ V})}} = 1.23 \times 10^{-10} \text{ m}$$

이 파장은 원자의 크기와 비슷하므로, 만약 전자가 파동성을 가진다면 얇은 금속에서 일정한 배열된 원자들은 낮은 전압으로 가속된 전자 물질파의 슬릿 역할을 할 수 있다. 즉, 얇은 금속에 쏘인 전자선은 금속의 원자들이 배열된 틈에서 회절하므로 파동성을 관측할 수 있다. 이런 관점에서 데이비슨과 거머, 톰슨 등이 전자가 회절하는 현상을 실험적으로 확인하는 데 성공함으로써 드브로이의 물질파 이론은 하나의 추측에서 사실로 받아들여졌고, 물질의 이중성을 확인할 수 있었다.

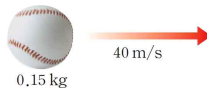
개념 POINT

물질파

공기 중을 진행하는 음파의 진폭은 진동하는 공기 입자의 변위와 관련되어 있고, 전자 기파의 진폭은 진동하는 전기장과 자기장의 세기와 관련되어 있다. 반면, 입자와 관련된 파동인 물질파의 진폭은 이러한 물리적 의미를 가지지 않는다. 118쪽에서 배우게 될 물질파의 의미는 입자가 발견될 확률과 관련되어 있다.

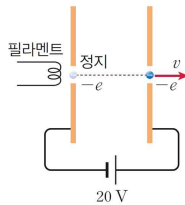
예제

1. 질량이 0.15 kg인 야구공을 40 m/s로 던졌을 때 야구공의 물질파 파장은 몇 m인지 구하시오. 또, 야구공의 파동성을 관찰할 수 있는지 쓰시오.



해설 야구공의 물질파 파장 $\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{0.15 \text{ kg} \times 40 \text{ m/s}} \approx 1.11 \times 10^{-34} \text{ m}$ 이다. 이 파장은 너무 짧아서 야구공의 파동성을 관찰할 수 있는 슬릿을 만드는 것이 불가능하다. 따라서 야구공은 파동성을 확인하는 것이 불가능하다.
정답 약 $1.11 \times 10^{-34} \text{ m}$, 야구공의 파동성을 관찰할 수 없다.

2. 정지 상태에서 20 V의 전압으로 가속된 전자의 물질파 파장은 몇 m인지 구하시오. 또, 이 전자의 파동성을 관찰할 수 있는지 쓰시오. (단, 전자의 질량은 $9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ 이고, 전자의 전하량은 $1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$ 이다.)



해설 전기력이 전자에 한 일이 전자의 운동 에너지가 되므로 전자의 물질파 파장은 $\frac{1}{2}mv^2 = eV$ 에서 $\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2meV}}$ 이므로, 다음과 같다.
$$\lambda = \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{\sqrt{2 \times (9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}) \times (1.60 \times 10^{-19} \text{ C}) \times (20 \text{ V})}} \approx 2.75 \times 10^{-10} \text{ m}$$

정답 약 $2.75 \times 10^{-10} \text{ m}$, 전자의 파동성을 관찰할 수 있다.

3 보어 원자 모형과 물질파

드브로이의 물질파 이론에 따라 전자가 파동성을 가질 수 있음을 알게 되었다. 이러한 물질파 개념은 보어의 원자 모형을 설명하는 데 사용되기도 하였다.

1. 보어 원자 모형

보어는 전자기파를 방출한 전자가 원자핵에 흡수되지 않는 것과 원자가 방출하는 불연속 스펙트럼(선 스펙트럼)을 설명하기 위하여 다음과 같은 두 가설을 제시하였다.

[첫 번째 가설] 양자 조건

원자 속의 전자는 특정한 조건을 만족하는 원 궤도에서 회전할 때만 전자기파를 방출하지 않고 안정된 상태로 존재하며, 이를 정상 상태라고 한다. 이 정상 상태는 전자의 각운동량 L 이 $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ 의 정수배와 같다는 조건에 의해 정해진다. 즉, 전자의 질량이 m , 속력이 v 이고, 회전 반지름이 r 일 때

$$L = n\hbar \Rightarrow rmv = n\left(\frac{h}{2\pi}\right) \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

를 만족하는 상태이다. 이 조건을 양자 조건이라 하고, n 을 양자수라고 한다.

[두 번째 가설] 진동수 조건

전자가 양자 조건을 만족하는 안정된 한 궤도(에너지 E_n)에서 다른 궤도(에너지 E_m)로 전이할 때에는 두 궤도의 에너지 차이에 해당하는 에너지를 갖는 광자를 방출하거나 흡수한다.

$$E_n - E_m = hf$$

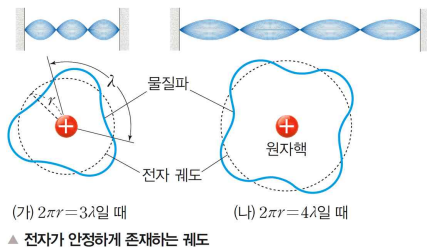
(1) 물질파 이론과 양자 조건

보어 원자 모형에서 양자 조건을 전자의 물질파 파장 λ 를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

$$2\pi r = n\left(\frac{h}{mv}\right) = n\lambda \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

이것은 원 궤도의 둘레 $2\pi r$ 가 전자의 물질파 파장 λ 의 정수배인 궤도를 의미하는 것으로, 전자의 물질파가 원 궤도의 둘레에서 정상파를 이루는 조건과 동일하다.

(2) 그림은 길이가 파장의 정수배일 때 줄과 원 궤도에 생긴 정상파로, 마찰이나 공기 저항이 없으면 정상파의 에너지가 감소하지 않고 계속 일정하게 유지된다. 마찬가지로 전자의 물질파가 원자 속에서 정상파를 이룬다고 가정하면, 전자가 에너지를 방출하지 않아 전자의 에너지가 감소하지 않으므로, 원자가 안정한 상태를 유지하는 것을 설명할 수 있다.



보어(Bohr, N. H. D., 1885~1962)

덴마크의 물리학자. 원자의 에너지가 불연속적이라는 양자화 개념을 도입하여 원자 구조에 대한 이해를 넓혔다.

개념 POINT

정상 상태

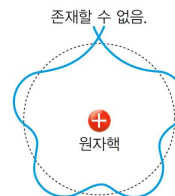
전자가 전자기파를 방출하지 않고 원자핵 주위를 회전할 수 있는 상태를 정상 상태라고 한다. 즉, 양자 조건을 만족하는 상태에 있을 때 전자는 정상 상태에 있다고 한다.

각운동량

회전 운동에서의 운동량으로, 반지름 r 인 원 궤도를 따라 속력 v 로 운동하는 질량 m 인 물체의 각운동량의 크기 L 은 다음과 같다.

$$L = mvr$$

전자가 존재할 수 없는 궤도(㉠) $2\pi r = 4.5\lambda$ 일 때)



예제

수소 원자가 바닥상태일 때 원자의 지름은 약 10^{-10} m이고, 전자는 양자수가 1인 상태이다.

- (1) 이때 전자의 물질파 파장은 몇 m인지 구하시오.
- (2) 이때 전자의 속력은 몇 m/s인지 구하시오. (단, 전자의 질량은 9.11×10^{-31} kg이고, 플랑크 상수는 6.63×10^{-34} J·s이다.)

해설 (1) 양자수가 1일 때 안정한 원 궤도의 둘레의 길이는 전자의 물질파 파장과 같다.

$$\lambda = 2\pi r = 2\pi \times \frac{10^{-10}}{2} \text{ m} = \pi \times 10^{-10} \text{ m}$$

$$(2) \text{ 전자의 물질파 파장 } \lambda = \frac{h}{mv} \text{ 이므로 전자의 운동량 } mv = \frac{h}{\lambda} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}}{\pi \times 10^{-10} \text{ m}} \approx 2.11 \times 10^{-24} \text{ kg}\cdot\text{m/s}$$

이다. 따라서 수소 원자가 안정한 상태에 있을 때 전자의 속력은 다음과 같다.

$$v = \frac{\lambda}{m} = \frac{2.11 \times 10^{-24} \text{ kg}\cdot\text{m/s}}{9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}} \approx 2.32 \times 10^6 \text{ m/s}$$

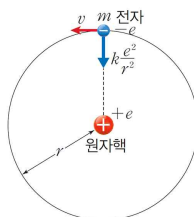
정답 (1) $\pi \times 10^{-10}$ m (2) 약 2.32×10^6 m/s

2. 보어의 수소 원자 모형

수소 원자는 보어 원자 모형이 가장 잘 적용되며, 보어 원자 모형으로 수소 원자 스펙트럼을 정확히 설명할 수 있다.

(1) 보어의 수소 원자 모형

수소 원자는 전하량이 $+e$ 인 양성자가 원자핵이고, 이 원자핵 주위를 전하량이 $-e$ 인 전자가 원자핵과의 전기력에 의하여 양자 조건을 만족하는 특정 궤도에서 원운동을 하고 있다고 생각한다.



▲ 보어의 수소 원자 모형

(2) 수소 원자의 궤도 반지름

전자의 질량을 m , 속력을 v , 궤도 반지름을 r 라고 할 때 전자에 작용하는 구심력이 원자핵과 전자 사이에 작용하는 전기력 이므로 다음과 같다.

$$\frac{mv^2}{r} = k \frac{e^2}{r^2} \quad (\text{쿨롱 상수 } k = 8.99 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2)$$

또한 전자의 궤도 반지름은 양자 조건을 만족해야 하므로, 전자의 속력 v 는

$$(\text{양자 조건}) \quad rmv = n \left(\frac{h}{2\pi} \right) \Rightarrow v = \frac{nh}{2\pi rm} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

가 된다. 이 두 식에서 v 를 소거하여 정리하면 양자수 n 인 정상 상태의 궤도 반지름 r_n 을 구할 수 있다.

$$r_n = \frac{h^2}{4\pi^2 k m e^2} n^2 = a_0 n^2 \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

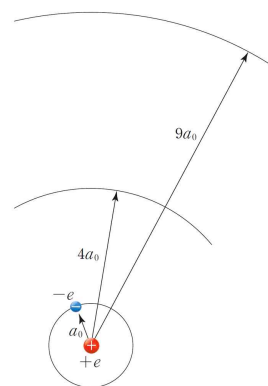
즉, 수소 원자에서 전자의 궤도 반지름은 양자수의 제곱(n^2)에 비례함을 알 수 있다. 위 식에서 상수 a_0 은 양자수 $n=1$ 일 때의 궤도 반지름으로, 보어 반지름이라고 하며, 그 값은 다음과 같다.

$$a_0 = \frac{h^2}{4\pi^2 k m e^2} \approx 0.53 \times 10^{-10} \text{ m} = 0.53 \text{ \AA}$$

즉, 수소 원자의 지름은 1.06 \AA 으로, 이 값은 당시에 알고 있었던 수소 원자의 크기 10^{-10} m 와 대체로 일치한다.

보어의 수소 원자 모형에서 전자의 궤도 반지름

보어의 수소 원자 모형에서 전자의 궤도 반지름은 양자수 n 의 제곱에 비례한다. 즉, 불연속적인 값을 가진다.



개념 POINT

(3) 수소 원자의 에너지 준위

수소 원자핵 주위를 반지름 r 인 원운동을 하는 전자의 운동 에너지는 $\frac{mv^2}{2} = k\frac{e^2}{r^2}$ 에서

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}k\frac{e^2}{r}$$

이다. 원자핵으로부터 무한히 먼 곳을 전기력에 의한 퍼텐셜 에너지가 0인 지점으로 하면, 원자핵으로부터 r 만큼 떨어진 곳에 있는 양성자와 전자 사이에 작용하는 전자의 전기력에 의한 퍼텐셜 에너지는

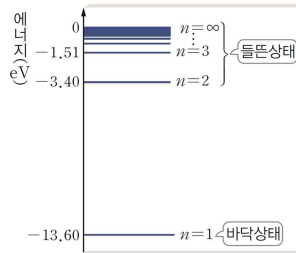
$$E_p = -k\frac{e^2}{r}$$

이 된다. 따라서 반지름이 r 인 궤도에 있는 전자의 역학적 에너지 E 는 다음과 같다.

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2}k\frac{e^2}{r} - k\frac{e^2}{r} = -\frac{ke^2}{2r}$$

위 식에 수소 원자의 궤도 반지름 r_n 을 적용하면, 양자수 n 인 상태에 있는 전자의 에너지인 수소 원자의 에너지 준위 E_n 은 다음과 같이 불연속적인 값을 가지는 것을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} E_n &= -\frac{2\pi^2k^2me^4}{h^2} \frac{1}{n^2} \quad (n=1, 2, 3, \dots) \\ &= -13.6 \frac{1}{n^2} \text{ (eV)} \\ &= -2.18 \times 10^{-18} \frac{1}{n^2} \text{ (J)} \end{aligned}$$



▲ 수소 원자의 에너지 준위

위 식에서 전자의 역학적 에너지가 (-)값이 되는 것은 전자가 원자핵에 속박되어 있음을 의미한다. 양자수 $n=1$ 인 전자의 에너지는 -13.6 eV 이고, 이때가 바닥상태이다. $n=2, 3, \dots$ 을 대입하면 들뜬상태의 에너지를 구할 수 있다.

(4) 수소 원자의 선 스펙트럼과 뢰드베리 상수

보어의 진동수 조건과 수소 원자의 에너지 준위 식을 이용하면, 전자가 양자수 n 인 상태에서 m 인 상태로 전이할 때 방출하는 빛의 파장 λ 를 알 수 있다.

$$\begin{aligned} (진동수 조건) \quad hf &= E_n - E_m \\ \frac{1}{\lambda} &= \frac{E_n - E_m}{ch} = \frac{2\pi^2k^2me^4}{ch^3} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (\text{단, } n > m) \end{aligned}$$

위 식에서 비례 상수 R 값을 계산하면 $R = \frac{2\pi^2k^2me^4}{ch^3} = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ 로, 실험적으로 구한 수소의 뢰드베리 상수와 거의 일치한다.

예제

보어의 수소 원자 모형에서 전자가 양자수 $n=2$ 와 $n=3$ 인 정상 상태에 각각 있을 때, 궤도 반지름의 비 $r_2 : r_3$ 와 에너지의 비 $E_2 : E_3$ 를 각각 구하시오.

해설 $r_n \propto n^2$ 이므로, $r_2 : r_3 = 2^2 : 3^2 = 4 : 9$ 이다. $E_n \propto \frac{1}{n^2}$ 이므로, $E_2 : E_3 = \frac{1}{2^2} : \frac{1}{3^2} = 9 : 4$ 이다.

정답 $r_2 : r_3 = 4 : 9, E_2 : E_3 = 9 : 4$

개념 POINT

eV(전자볼트)

$1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$ 이다.

뢰드베리 상수



가열된 수소 기체는 선 스펙트럼을 방출한다. 발머는 이 중 가시광선 영역의 스펙트럼 선 파장을 예측하는 실험식을 발견하였고, 후에 뢰드베리가 이를 수정하여 수소 원자의 선 스펙트럼을 나타낼 수 있는 일반화된 식을 다음과 같이 정리하였다.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (\text{단, } n > m)$$

위 식에서 비례 상수 R 를 뢰드베리 상수라고 하며, 실험으로 구한 수소의 뢰드베리 상수는 $1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ 이었다.

2. 불확정성 원리

빛과 물질의 이중성에 대한 인식은 양자라는 새로운 모형을 탄생시켰으며, 양자 이론은 입자의 위치와 운동량을 동시에 무한한 정밀도로 측정하는 것이 근본적으로 불가능하다는 새로운 사실을 예측한다.

1. 고전 물리학의 한계

20세기 초, 아인슈타인은 파동이라고 여겨지던 빛이 입자의 성질을 가진다는 사실을 발견하였다. 반대로 드브로이는 입자가 파동의 성질을 갖는다는 물질파 이론을 주장하였고, 이는 데이비슨-저머 실험과 톰슨의 전자 회절 실험을 통하여 확인되었다. 또, 보어의 원자 모형은 고전 물리학으로 설명할 때보다 물질파 이론을 적용하여 설명할 때 더 쉽게 이해된다. 이와 같은 새로운 물리 현상이 발견되기 전 물리학자들은 뉴턴의 고전 역학과 맥스웰의 전자기학으로 모든 자연 현상을 충분히 설명할 수 있다고 믿었다. 그러나 물리학자들은 물체가 빛의 속력에 가까운 속력으로 운동하거나 중력이 매우 큰 곳에서 운동할 때에는 고전 물리학이 아닌 상대성 이론을 적용하여야 한다는 것을 알게 되었다. 이와 함께 전자기나 원자처럼 매우 작은 입자의 운동을 나타낼 때에도 입자가 파동의 성질을 갖기 때문에 고전 물리학으로는 설명할 수 없다는 것을 알게 되었다. 즉, 미시적인 세계에서 입자와 빛 등의 운동을 설명하기 위해 새로운 물리학이 필요하게 되었는데, 이것이 바로 양자 역학이다.

2. 물질파의 해석

입자의 파동성을 나타내기 위해 불연속적인 물리량을 갖는 입자를 파동 함수로 다루고, 1928년에 보른이 처음으로 파동 함수의 해를 다음과 같이 확률과 관련지어 해석하였다.

(1) **파동 함수**: 입자는 위치를 시간에 대한 함수로 나타내어 그 운동을 표현할 수 있고, 파동은 주기적으로 변하는 물리량을 시간과 공간에 대한 함수로 나타내어 그 운동을 표현할 수 있다. 이때 주기적으로 변하는 물리량은 음파에서는 공기 입자의 변위가 될 수 있고, 전자기파는 전기장과 자기장이 된다. 물질파에서는 이 양을 $\Psi(x, t)$ 로 표현하며, 파동 함수라고 한다. 물질파의 진폭에 해당하는 파동 함수 $\Psi(x, t)$ 는 물리적 의미가 없지만, 진폭의 제곱인 $|\Psi(x, t)|^2$ 은 확률 밀도 함수로, 다음과 같은 의미를 가진다.

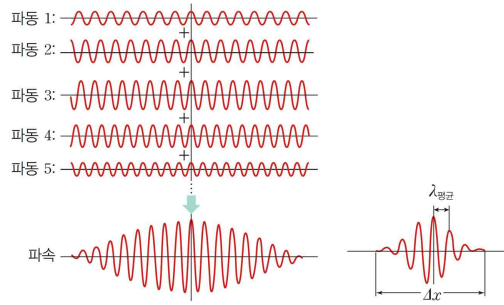
확률 밀도 함수 $|\Psi|^2$ 물질파 내의 한 지점에서 단위 부피당 입자가 발견될 상대적인 확률은 그 지점에서 $|\Psi|^2$ 의 값에 비례한다.

개념 POINT

$\Psi(x, t)$

파동 함수는 보통 복소수로, 복소수는 실수와 허수가 조합된 $a+ib$ 형태로 표현된다. a, b 는 실수이며, i 는 $i^2=-1$ 인 허수이다. 복소수에 대하여 허수부의 부호를 바꾼 $a-ib$ 를 켤레복소수라고 한다. $|\Psi|^2$ 은 $\Psi(x, t)$ 에 $\Psi(x, t)$ 의 켤레복소수인 $\overline{\Psi}(x, t)$ 를 곱하여 구하며, 그 값은 항상 실수이며 양수이다.

(2) 파속과 입자: 입자는 공간의 일정한 영역을 차지하므로, 불연속적인 물리량을 가지는 입자를 물질파로 나타낼 때에도 그 파동이 공간의 일정 영역에 있어야 하는 것이 타당할 것이다. 이렇게 공간의 일정 영역에만 모여 있는 파동을 파동 묶음 또는 파속(wave packet)이라고 하며, 파속의 위치가 입자의 위치에 해당한다. 파속은 파장이 다른 수많은 파동을 중첩하여 특정 위치에서만 보강 간섭을 하고 나머지 위치에서는 상쇄 간섭을 하도록 하여 만든다. 공간 영역이 좁은 파속을 얻기 위해서는 파장이 서로 다른 더 많은 파동을 중첩하여야 한다.

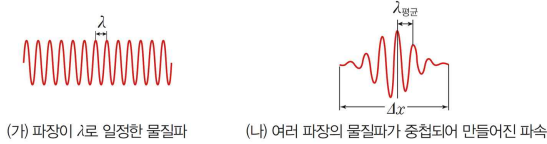


▲ 파속의 구성

▲ 중첩된 파장 영역이 더 넓은 파속

3. 불확정성 원리

(1) 위치와 운동량의 불확정성: 어떤 입자의 물질과 파장을 정확하게 알고 있다고 가정하자. 파장이 λ 일 때 이 입자의 운동량은 정확히 $p = \frac{h}{\lambda}$ 가 된다. 그림 (가)와 같이 이 파동은 공간의 모든 위치에서 일정하게 존재하므로, 이 입자의 특정한 위치는 알 수 없다. 따라서 위치의 불확정량 Δx 는 무한대가 된다. 반면, 입자의 운동량이 불확실하여 Δp 의 범위에 있다면, 드브로이의 물질파 식에 따라 입자를 나타내는 파장도 어떤 범위의 값을 가진다. 이 영역에 있는 파장의 조합은 그림 (나)와 같이 파속을 형성하므로, 위치의 불확정량 Δx 는 파속이 존재하는 영역으로 줄어들게 된다. 만약, 운동량에 대한 모든 정보를 잃어 $\Delta p = \infty$ 가 된다면, 모든 가능한 파장이 중첩되어 파속을 형성하므로 파속의 길이 Δx 는 0이 될 것이다.



▲ 파속에 따른 위치의 불확정성

(2) 불확정성 원리: 위의 경우와 같이 임의의 어느 순간에 입자의 위치와 운동량을 동시에 정확하게 측정하는 것은 근본적으로 불가능하다. 1927년, 독일의 물리학자 하이젠베르크가 이 개념을 발표하였으며, 이를 하이젠베르크 불확정성 원리라고 한다. 입자의 위치를 측정할 때 위치의 불확정량이 Δx 이고, 운동량을 동시에 측정할 때의 불확정량을 Δp 라고 하면 하이젠베르크 불확정성 원리는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

즉, 어떤 정밀한 장치로 측정하더라도 위치의 불확정량과 운동량의 불확정량의 곱은 항상 $\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$ 의 관계가 성립한다. 이와 같은 측정의 한계는 실험 장치의 한계 때문이 아니라 측정하고자 하는 입자 자체가 가지고 있는 물리적 성질에 기인하는 것으로, 입자가 가진 파동성에 의해 근원적으로 발생하는 현상이다.

개념 POINT

불확정량(부정확도, 불확정도)

아무리 정확하게 측정하려고 하여도 그 이상으로는 정확하게 측정할 수 없다는 의미이다.

하이젠베르크(Heisenberg, W., 1901 ~ 1976)

독일의 이론 물리학자로, 행렬 역학이라는 추상적인 수학적 모형을 개발하여 양자 역학을 이론적으로 정립하는 데 크게 기여하였다. 불확정성 원리, 분자 수소의 두 가지 형태, 핵의 이론적 모형 등을 포함하여 물리학에 많은 기여를 하였으며, 불확정성 원리로 1932년에 노벨 물리학상을 받았다.

h

플랑크 상수 $h (= 6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})$ 를 2π 로 나눈 값으로, $\hbar (= 1.05 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})$ 라고 쓰고 'h bar(에이치 바)'로 읽는다.

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

3. 슈뢰딩거 방정식과 수소원자

보어 원자 모형은 수소 원자의 선 스펙트럼은 정확하게 예측하지만, 더 복잡한 원자는 설명할 수 없는 등 그 한계가 있었다. 물리학자들은 많은 연구 끝에 원자에서 전자는 퍼텐셜 우물에 갇힌 물질파이며, 이로부터 슈뢰딩거 방정식을 풀어 구한 파동 함수로 일정 범위에서 전자가 존재할 확률만을 알 수 있음을 깨닫게 되었다.

1. 불확정성 원리와 보어 원자 모형의 한계

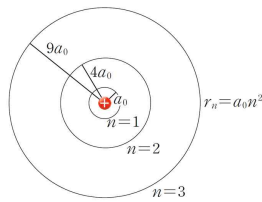
보어 원자 모형으로 구한 수소 원자의 선 스펙트럼의 파장이 발머와 파센이 측정한 실험 결과와 완전히 일치함으로써 보어는 러더퍼드 원자 모형의 문제점을 해결하는 데 성공하였다. 그러나 헬륨 원자부터는 보어 원자 모형이 잘 맞지 않았는데, 이는 전자들 사이의 전기력을 고려하지 않아서 이론적으로 계산한 값과 실험적으로 측정한 값이 불일치하였기 때문이다. 따라서 보어 원자 모형은 다전자 원자에는 적용할 수 없었다.

더구나 보어 원자 모형은 불확정성 원리에 위배된다. 보어 원자 모형에서는 양자수 n 인 전자의 궤도 반지름이 $r_n = a_0 n^2$ 으로 정확히 주어지므로, 전자 궤도 반지름의 불확정량 $\Delta r = 0$ 이다. 또, 전자의 에너지도

$$E_n = -\frac{13.6}{n^2} \text{ eV}$$

로 정확한 값을 가지므로, 운동량의 불확정량 $\Delta p = 0$ 이 된다. 따라서 $\Delta r \Delta p = 0$ 이 되어 보어 원자 모형은 불확정성 원리에 위배된다. 이

로써 원자 내 전자의 궤도를 설명하는 새로운 이론이 필요하게 되었다.



▲ 보어 원자 모형에 따른 전자의 궤도

2. 슈뢰딩거 파동 방정식

고전 역학에서 입자의 운동은 뉴턴의 운동 방정식으로 나타내고, 전자기파는 맥스웰 방정식으로 나타낼 수 있다. 물질파가 만족하는 파동 방정식은 1926년에 슈뢰딩거에 의하여 처음으로 제안되었다. 미시 세계를 기술하기 위하여 파동 방정식을 풀어서 해를 구하고 경계 조건을 적용하면, 기술하고자 하는 계의 파동 함수와 에너지 값을 구할 수 있다.

(1) 슈뢰딩거 방정식: 슈뢰딩거는 x 축상에서 움직이는 질량이 m 인 입자가 퍼텐셜 에너지 $U(x)$ 인 공간에 존재할 때 입자의 물질파가 만족하는 방정식이 다음과 같다고 하였다.

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi(x, t)}{\partial x^2} + U(x) \Psi(x, t)$$

이 방정식을 시간에 의존하는 슈뢰딩거 방정식이라고 한다. 퍼텐셜 에너지 U 가 시간에 관계없이 일정할 경우 방정식을 풀면 파동 함수는 다음과 같다. E 는 입자가 가진 에너지이다.

$$\Psi(x, t) = \Psi(x) e^{-iEt/\hbar}$$

이 파동 함수의 제곱 $|\Psi(x, t)|^2$ 이 확률 밀도 함수이고, 어떤 시간과 장소에서 입자가 존재할 확률을 나타낸다. 이 파동 함수를 슈뢰딩거 방정식에 대입하여 정리하면

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \Psi(x)}{dx^2} + U(x) \Psi(x) = E \Psi(x)$$

가 되며, 이를 시간에 무관한 슈뢰딩거 방정식이라고 한다.

개념 POINT

다전자 원자

수소보다 원자 번호가 큰 원자이다.

슈뢰딩거(Schrödinger, E., 1887~1961)

오스트리아의 물리학자로, 양자 역학의 이론을 확립하였고, 1933년에 슈뢰딩거 방정식으로 노벨 물리학상을 수상하였다.

편미분

$\frac{\partial}{\partial t}$ 와 $\frac{\partial}{\partial x}$ 는 편미분을 나타내며 다른 변수는 상수로 취급하고 t 나 x 에 대해 미분하는 것을 의미한다.

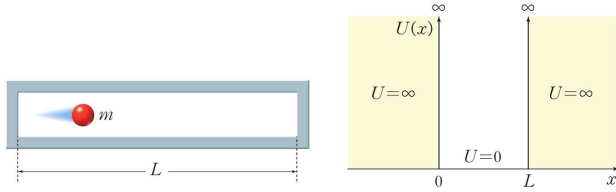
시야확장 + 슈뢰딩거 방정식의 적용

개념 POINT

1 1차원 상자 속의 입자

길이 L 인 1차원 상자 속에 질량이 m 인 입자가 놓여 있을 때 상자 속의 입자는 상자 외부에서는 존재할 수 없으므로, 상자 외부의 퍼텐셜 에너지는 무한대이고, 상자 내부의 퍼텐셜 에너지는 0이다. 따라서 1차원 상자 속에 있는 입자의 퍼텐셜 에너지 $U(x)$ 는 다음과 같다.

$$U(x) = \begin{cases} 0 & (0 < x < L) \\ \infty & (x \leq 0, x \geq L) \end{cases}$$



▲ 1차원 상자 속의 입자

▲ 1차원 상자 속 입자의 퍼텐셜 에너지

(1) 파동 함수: 상자 속에서 퍼텐셜 에너지 $U(x)=0$ 이므로, 시간에 무관한 슈뢰딩거 방정식은

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \Psi(x)}{dx^2} = E \Psi(x) \Rightarrow \frac{d^2 \Psi(x)}{dx^2} = -k^2 \Psi(x), k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} = \frac{8\pi^2 mE}{h^2}$$

가 되므로, 위 방정식의 해는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Psi(x) = A \sin kx + B \cos kx$$

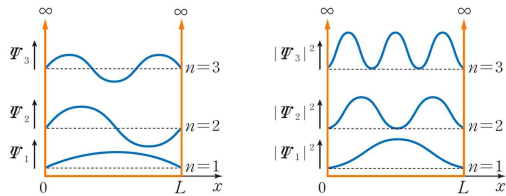
상자의 경계에서 입자가 존재할 확률은 0이므로, $\Psi(0)=0$, $\Psi(L)=0$ 을 위의 해에 대입하면,

$B=0$, $A \sin kL=0$ 에서 $k = \frac{n\pi}{L}$ 이다. 또, 상자 속에서 입자가 존재할 확률이 1이라는 조건을

적용하면 $A = \sqrt{\frac{2}{L}}$ 가 되므로, 상자 속 입자의 파동 함수는 다음과 같이 주어진다.

$$\Psi_n(x) = A \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

파동 함수는 사인 함수 모양이며, $|\Psi|^2$ 이 클수록 입자가 발견될 확률이 크다. 따라서 $n=1$ 일 때 입자는 상자의 중심인 $x = \frac{L}{2}$ 에서 발견될 확률이 가장 크고, $n=2$ 인 경우에는 $x = \frac{L}{4}, \frac{3L}{4}$ 인 곳에서 발견될 확률이 가장 크다. n 이 무한히 커질수록 상자 내부에서 입자가 발견될 확률은 위치에 관계없이 같아진다.



▲ 상자 내 입자의 파동 함수 Ψ

▲ 상자 내 입자의 확률 밀도 함수 $|\Psi|^2$

(2) 입자의 에너지: 입자의 물질파 파장이 $\frac{2L}{n}$ 로 주어지므로, 물질파 파장 $\lambda = \frac{h}{p}$ 를 이용하면, 운동량은

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{nh}{2L}$$

가 된다. 상자 안에서 퍼텐셜 에너지는 0이므로, 이 입자는 운동 에너지 $E = \frac{p^2}{2m}$ 만 가지며, 위에 서 구한 운동량을 대입하면, 입자의 에너지 준위는 다음과 같이 양자화되어 있는 것을 알 수 있다.

$$E_n = \frac{h^2}{8mL^2} n^2 \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

$A = \sqrt{\frac{2}{L}}$ 인 이유

확률 밀도 함수 그래프의 아래부분의 전체 면적은 1이다.

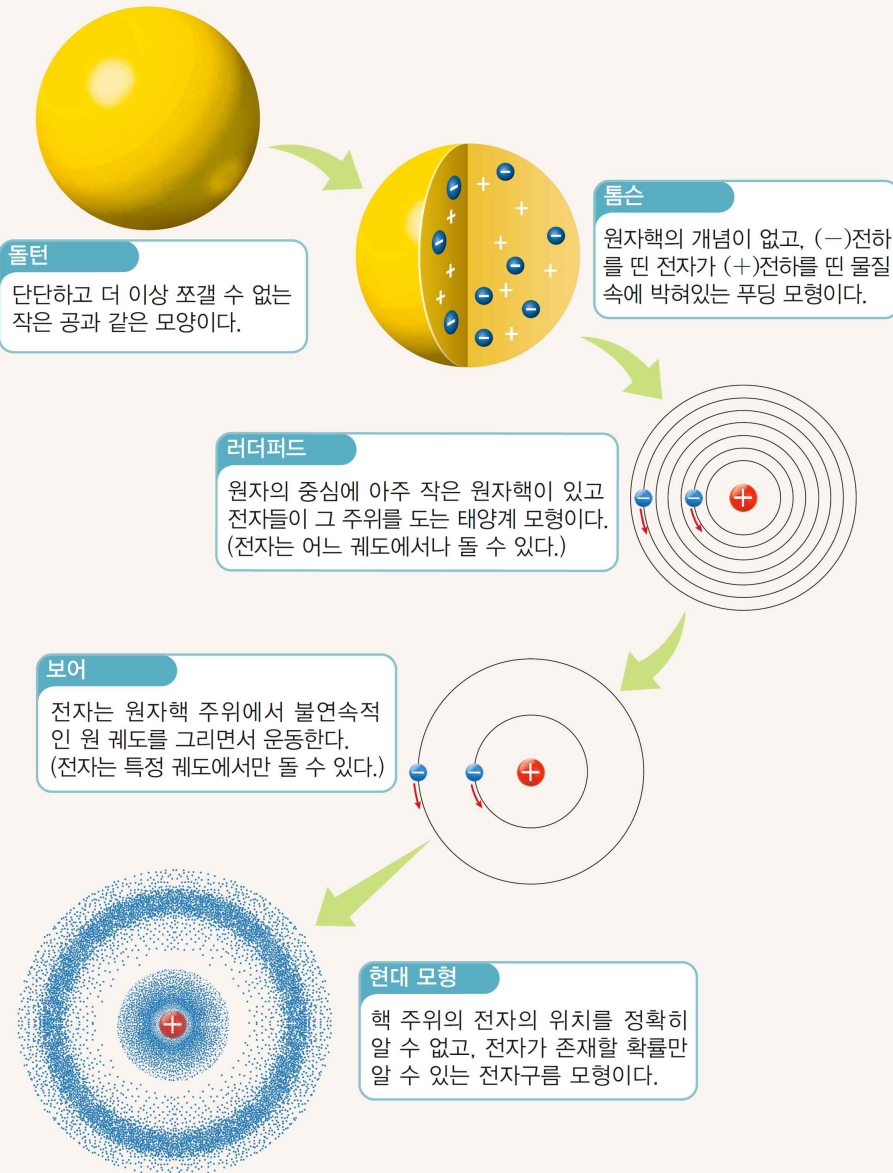
$$\int_0^L A^2 \left[\sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \right]^2 dx = 1$$

$$\therefore A = \sqrt{\frac{2}{L}}$$

시선 집중 ★ 원자 모형의 변천

개념 POINT

1 원자 모형의 변천



2 현대의 원자 모형: 1924년, 드브로이는 모든 움직이는 입자(특히 전자와 같은 원자 크기 이하의 입자)는 파동의 성질을 띤다는 것을 제안했다. 슈뢰딩거는 이 아이디어를 이용하여, 1926년에 슈뢰딩거 방정식을 통해 전자를 입자가 아닌 파동 함수로 기술하였다. 그리고 그것은 보어 모델이 설명하지 못했던 많은 스펙트럼 현상을 훌륭하게 설명하였다.

1927년, 하이젠베르크는 양자 역학을 이용하여 전자의 위치와 운동량을 동시에 정확하게 측정할 수 없다는 불확정성 원리를 발표하였다. 따라서 전자의 위치와 속력을 정확하게 결정할 수 있다는 보어의 이론은 틀린 것이 되고 말았다. 현대적 원자 모형에 따르면 전자가 특정 위치에 존재할 확률만을 알 수 있다.

3 현대의 원자 모형과 보어 원자 모형의 공통점과 차이점

| 공통점 | 차이점 |
|---|---|
| <ul style="list-style-type: none"> 원자핵이 있다. 원자핵과 전자 사이에는 전기력이 작용한다. | <p>고전적 모형은 전자가 궤도 운동을 하며, 전자가 원운동 하는 궤도 반지름을 정할 수 있다. 하지만 현대의 원자 모형에서는 전자의 정확한 위치를 알 수 없으며, 전자가 존재할 확률만 알 수 있다.</p> |

II. 핵물리

개념 POINT

1. 원자핵

핵에 대한 몇 가지 용어 핵은 양성자와 중성자로 이루어져 있다. 핵에 있는 양성자의 수는 **원자번호** 또는 **양성자수**라고 부르며 Z 라는 기호로 표기한다. 중성자의 수인 **중성자수**는 N 이라는 기호로 표기한다. 중성자수와 양성자수를 합한 것은 **질량수** A 라고 부른다. 즉, 다음과 같다.

$$A = Z + N. \quad (42-1)$$

중성자와 양성자는 통틀어서 **핵자**라고 부른다.

핵종들은 표 42-1의 첫 번째 열에 나와 있는 기호로 표기한다. ^{197}Au 를 예로 들어보자. 위첨자 197은 질량수 A 이다. 화학기호 Au는 이 원소가 금이라는 뜻이며 원자번호는 79이다. 식 42-1로부터 이 핵종의 중성자수는 $197 - 79$, 즉 118이다.

원자번호 Z 는 같지만 중성자수 N 이 다른 핵종은 **동위핵**이라고 불린다. 금 원소는 ^{173}Au 로부터 ^{204}Au 에 이르는 32개의 동위핵이 있다. 그 중 오직 하나 ^{197}Au 만 안정된 핵이다. 다른 31개의 동위핵은 방사성이다. 방사성 핵종은 입자를 방출하면서 붕괴하여 결국 다른 핵종으로 변환된다.

2. 반감기

(1) 정의($T_{1/2}$)

방사성 물질에 포함된 불안정한 원자핵의 개수(또는 방사능의 양)가 처음의 정확히 절반으로 줄어드는 데 걸리는 시간

(2) 공식

$$N(t) = N_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T_{1/2}}}$$

3. 알파붕괴

개념 POINT

1. 알파 입자(α)의 정체는?

알파 붕괴에서 방출되는 '알파 입자'는 사실 헬륨-4(${}^4_2\text{He}$)의 원자핵과 완전히 같습니다.

- 양성자 2개와 중성자 2개로 이루어져 있습니다.
- 전자가 없기 때문에 +2의 전하를 띠니다.

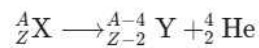
원자핵 입장에서 보면 덩치가 너무 커서 불안정하다 보니, 양성자 2개와 중성자 2개를 세트 묶어서 바깥으로 "툭" 던져버리는 것이라고 생각하면 이해하기 쉽습니다.

2. 알파 붕괴의 화학 반응식

알파 붕괴가 일어나면 원래 원소(모원소)는 양성자 2개와 중성자 2개를 잃어 새로운 원소(자원소)로 변합니다.

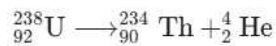
- 원자번호(양성자 수): 2 감소
- 질량수(양성자 + 중성자 수): 4 감소

이를 일반적인 반응식으로 나타내면 다음과 같습니다.



💡 대표적인 예시: 우라늄의 붕괴

원자번호 92번인 우라늄-238이 알파 붕괴를 하면, 원자번호 90번인 토륨-234로 변합니다.



4. 베타붕괴

개념 POINT

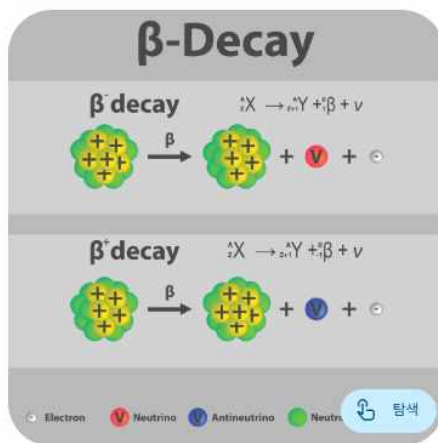
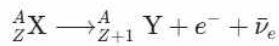
1. 베타 붕괴의 두 가지 종류

베타 붕괴는 원자핵 속에서 '중성자가 양성자로 변하느냐', 혹은 '양성자가 중성자로 변하느냐'에 따라 음의 베타 붕괴(β^-)와 양의 베타 붕괴(β^+)로 나뉩니다.

① 음의 베타 붕괴 (β^- 붕괴) — 일반적인 베타 붕괴

원자핵에 중성자가 너무 많을 때 일어납니다. 중성자 하나가 양성자로 변하면서, 전자와 반중성미자를 방출로 튕겨냅니다. 이때 튕겨 나가는 고속의 전자가 바로 베타 입자(β^-)입니다.

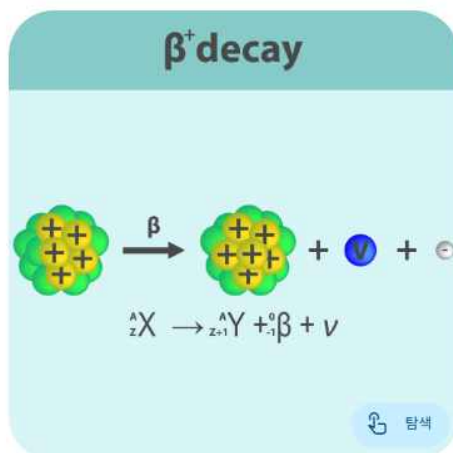
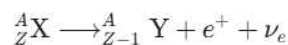
- 원자번호(양성자 수): 1 증가
- 질량수: 변함없음 (중성자가 양성자로 바뀌었으므로 총합은 동일)



② 양의 베타 붕괴 (β^+ 붕괴)

원자핵에 양성자가 너무 많을 때 일어납니다. 양성자 하나가 중성자로 변하면서, 전자의 반물질인 양전자와 중성미자를 방출합니다. 이때 나오는 양전자가 바로 베타 플러스 입자(β^+)입니다.

- 원자번호(양성자 수): 1 감소
- 질량수: 변함없음



■ 변리사 기출문제

개념 POINT

<물리전반>

1. [2009년 변리사] (중)

물리량과 물리현상에 대한 설명 중 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?!)

<보기>

- ㄱ. 각운동량과 플랑크 상수의 단위는 다르다.
- ㄴ. 저항과 인덕터의 직렬 연결회로에 직류 전원을 걸어줄 경우 인덕턴스를 조절하면 흐르는 전류의 위상을 바꿀 수 있다.
- ㄷ. 균질한 구형 물체의 질량중심을 지나는 축에 대한 관성 모멘트는 질량중심을 지나지 않는 다른 축에 대한 관성모멘트보다 항상 작다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

<물질파>

2. [2003년 변리사] (하) - 물질파 (2010년 유사)

정지 상태에 있던 전자를 10V 전압으로 가속시켰더니 물질파의 파장이 λ 가 되었다. 정지상태의 전자를 40V 로 가속시키면 이 전자의 물질파 파장은 λ 의 몇 배가 되겠는가?²⁾

- ① $\frac{1}{2}$ 배 ② $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 배 ③ 1배 ④ $\sqrt{2}$ 배 ⑤ 2배

3. [2010년 변리사] (하) - 드브로이 파 (2003년 유사)

전자현미경의 필라멘트에서 방출된 운동에너지가 0인 전자를 전압 V 로 가속시키면 전자의 드브로이(물질파) 파장은 λ 가 된다. 운동에너지가 0인 전자를 전압 $2V$ 로 가속시키면 전자의 드브로이 파장은?³⁾

① $\frac{\lambda}{2}$

② $\frac{\lambda}{\sqrt{2}}$

③ $\sqrt{2}\lambda$

④ 2λ

⑤ $2\sqrt{2}\lambda$

개념 POINT

4. [2015년 변리사] (하) - 물질파

비상대론적으로 움직이는 질량 m_A , 속력 v_A 인 입자 A와 질량 m_B , 속력 v_B 인 입자 B가있다.

A, B 입자의 드브로이(de Broglie) 파장을 각각 λ_A , λ_B 라 하고, 질량의 비 $\left(\frac{m_B}{m_A}\right)$ 는 k_m 으로,

속력의비 $\left(\frac{v_B}{v_A}\right)$ 는 k_v 로 하면 $\frac{\lambda_B}{\lambda_A}$ 의 관계식은?4)

① $k_m k_v^2$

② $k_m k_v$

③ $\frac{1}{k_m k_v}$

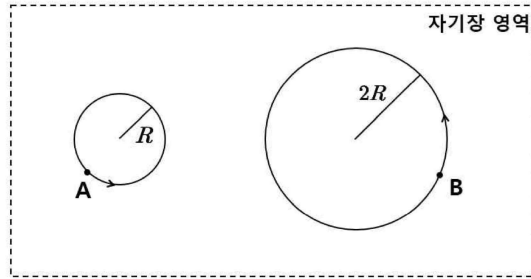
④ $\sqrt{k_m k_v^2}$

⑤ $\frac{1}{k_m k_v^2}$

개념 POINT

5. [2018년 변리사] (하)

그림과 같이 입자 A와 B가 균일한 자기장 안에서 반지름이 각각 R , $2R$ 인 원운동을 하고 있다. A와 B의 전하량, 질량, 회전주기는 모두 같다.



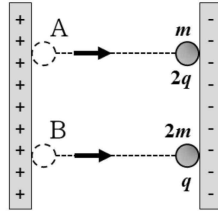
A와 B의 드브로이 물질파 파장을 각각 λ_A 와 λ_B 라고 할 때, $\frac{\lambda_A}{\lambda_B}$ 는? ⁵⁾

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

개념 POINT

6. [2019년 변리사] (중)

그림과 같이 물체 A, B가 각각 다른 시간에 양극판에서 수직으로 출발해 음극판을 향해 등가속도 직선 운동을 하여 동시에 음극판에 도달하였다. 두 극판은 평행하고 두 극판 사이의 전기장은 일정하다. A, B의 질량은 각각 m , $2m$ 이고 전하량은 각각 $2q$, q 이다.



A와 B가 음극판에 도달한 순간, 이에 관한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, 물체의 크기와 상대론적 효과는 무시한다.)⁶⁾

<보기>

ㄱ. 양극판에서 음극판까지 이동하는 데 걸린 시간은 B가 A보다 길다.

ㄴ. A의 운동에너지는 B의 운동에너지보다 크다.

ㄷ. 드브로이파의 파장은 A와 B가 같다.

① ㄱ

② ㄷ

③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

7. [2024년 변리사] (중) - 물질파

반도체 소자의 선폭이 $6.2nm$ 일 때 이 선폭과 동일한 파장을 가진 광자의 에너지는 E_γ 이다. 진공 중에서 앞의 선폭과 동일한 파장의 드브로이(de Broglie) 물질파로 구현된 전자의 운동 에너지는 E_e 이다. E_γ 와 E_e 의 값으로 옳은 것은? (단, m_e 는 전자의 질량, h 는 플랑크상수, c 는 빛의 속도일 때 $m_e c^2 = 0.5MeV$ 이며, $hc = 1.24 \times 10^3 eV \cdot nm$ 이다.)⁷⁾

- | | |
|---|---|
| ① $E_\gamma = 1.0 \times 10^{-2} eV$, $E_e = 4.0 \times 10^2 eV$ | ② $E_\gamma = 2.0 \times 10^{-2} eV$, $E_e = 2.0 \times 10^2 eV$ |
| ③ $E_\gamma = 1.0 \times 10^1 eV$, $E_e = 4.0 \times 10^{-2} eV$ | ④ $E_\gamma = 2.0 \times 10^2 eV$, $E_e = 2.0 \times 10^{-2} eV$ |
| ⑤ $E_\gamma = 2.0 \times 10^2 eV$, $E_e = 4.0 \times 10^{-2} eV$ | |

개념 POINT

<보어의 원자모형>

개념 POINT

8. [2005년 변리사] (하) - 보어의 원자모형

보어의 원자모델에 의하면 수소 원자의 바닥 상태의 에너지는 $-13.6eV$ 이다. 수소 원자의 전자가 바닥 상태에서 첫 번째 들뜬 상태로 전이하기 위해 외부에서 흡수해야 하는 에너지는 얼마인가?⁸⁾

- ① $\frac{1}{4} \times 13.6eV$ ② $\frac{1}{2} \times 13.6eV$ ③ $\frac{3}{4} \times 13.6eV$ ④ $1 \times 13.6eV$ ⑤ $2 \times 13.6eV$

9. [2009년 변리사] (상)

보어의 수소 원자 모형에서 전자가 양성자 주변을 속력 v , 반지름 r 로 원운동을 한다고 할 때, 양자가설 $mvr = n \frac{h}{2\pi}$ (n 은 자연수)을 적용하여 전자의 허용된 궤도반지름을 구하면? (단, m 은 전자의 질량, e 는 전자 전하량의 크기, h 는 플랑크 상수, ϵ_0 는 진공 유전상수이다.)⁹⁾

- ① $\frac{\epsilon_0 h^2}{m e^2} n^2$ ② $\frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m e^2} n^2$ ③ $\frac{\epsilon_0 h^2}{m e^2} \frac{1}{n^2}$ ④ $\frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m e^2} \frac{1}{n^2}$ ⑤ $\frac{\epsilon_0 h^2}{m e^2} \frac{1}{n}$

개념 POINT

10. [2011년 변리사] (중) - 보어의 원자모형

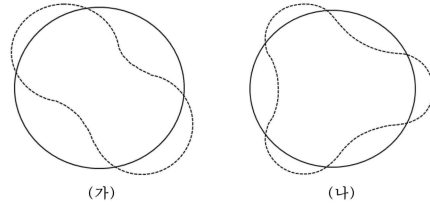
수소 원자의 보어 모형에서 에너지는 주양자수 n 에 대하여 $E_n = -\frac{13.6}{n^2} eV$ 로 주어진다. 바닥 상태에 있는 수소 원자가 $12.75 eV$ 의 광자를 흡수하여 들뜬 상태가 되었다고 한다. 이때 들뜬 상태에 있는 수소 원자의 전자의 궤도 각운동량은 얼마인가? (단, $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ 이고, h 는 플랑크상수이다.)¹⁰⁾

- ① $2\hbar$ ② $3\hbar$ ③ $4\hbar$ ④ $9\hbar$ ⑤ $16\hbar$

개념 POINT

11. [2019년 변리사] (하) - 보어의 원자모형

그림 (가)와 (나)는 보어(Bohr)의 수소 원자 모형에서 전자의 원운동 궤도와 물질파 파형을 각각 실선과 점선을 이용하여 모식적으로 나타낸 것이다. 전자의 주양자수 $n(=1,2,3 \dots)$ 에 따른 에너지 준위는 $E_n = -\frac{|E_1|}{n^2}$ 이다.



전자가 (나)의 상태에서 (가)의 상태로 전이할 때 방출되는 광자의 에너지는? ⁽¹¹⁾

- ① $\frac{5}{36}|E_1|$ ② $\frac{3}{16}|E_1|$ ③ $\frac{3}{4}|E_1|$ ④ $\frac{8}{9}|E_1|$ ⑤ $\frac{15}{16}|E_1|$

개념 POINT

<슈뢰딩거 방정식> - 전자의 물질파 파동함수

개념 POINT

12. [2005년 변리사] (하)

전자에 관한 다음의 설명 중 틀린 것은?¹²⁾

- ① 전자는 스핀을 가지고 있다.
- ② 전자는 파울리 배타원리를 만족한다.
- ③ 도선에서 전류는 전자가 움직이는 방향으로 흐른다.
- ④ 빠르지만 일정한 속도로 움직이는 전자는 전자기파를 방출하지 못한다.
- ⑤ 등전위면에 놓여 있는 전자는 그 면에 수직인 두 개의 방향 중 전위가 증가하는 방향으로 전기력을 받는다.

13. [2008년 변리사] (하) - 전자의 물질파 (1차원 무한 퍼텐셜 우물)

폭이 L 인 일차원 무한 퍼텐셜 우물 안에서 질량이 m 인 전자의 물질파가 정상파를 형성하며 운동하고 있다. 전자가 첫 번째 들뜬 상태에서 바닥 상태로 전이할 때 방출되는 빛의 진동수는? (단, 방출되는 빛의 에너지는 두 상태의 에너지 차이와 같고, h 는 플랑크 상수이다.)¹³⁾

① $\frac{h}{4mL^2}$

② $\frac{3h}{4mL^2}$

③ $\frac{h}{8mL^2}$

④ $\frac{3h}{8mL^2}$

⑤ $\frac{5h}{8mL^2}$

개념 POINT

14. [2009년 변리사] - 물질파 파동함수 (1차원 무한 퍼텐셜 우물)

유한한 폭을 갖는 일차원 무한 퍼텐셜 양자우물 안에 한 개의 입자가 있다. 이 입자의 상태함수가 다음과 같다.

$$\Psi(x) = \sqrt{\frac{2}{3}} \psi_1(x) + \frac{1}{\sqrt{3}} \psi_2(x)$$

$\psi_n(x)$ 는 규격화된 n 번째 고유 파동함수이며 해당하는 고유에너지는 $E_n = n^2 E_1$ 이다. 이 상태에 대한 에너지 측정의 기댓값은?¹⁴⁾

- ① E_1 ② $\sqrt{2} E_1$ ③ $\sqrt{3} E_1$ ④ $2E_1$ ⑤ $2\sqrt{3} E_1$

개념 POINT

15. [2010년 변리사] (중) - 전자의 물질파(1차원 무한 퍼텐셜 우물)

폭이 $1.0 \times 10^{-10} m$ 인 일차원 무한 퍼텐셜 우물 안에 한 개의 전자가 갇혀 있다. 이 전자의 최소 운동 에너지에 가장 가까운 값은? (단, 플랑크 상수는 $6.6 \times 10^{-34} J \cdot s$ 이고, 전자의 질량은 $9.1 \times 10^{-31} kg$ 이다.)¹⁵⁾

- ① $7.2 \times 10^{-3} eV$ ② $1.4 \times 10^{-1} eV$ ③ $3.8 \times 10^1 eV$
 ④ $1.36 \times 10^3 eV$ ⑤ $1.4 \times 10^5 eV$

개념 POINT

16. [2011년 변리사] (하) - 전자의 물질파 (1차원 무한 퍼텐셜 우물)

폭이 $10nm$ 인 일차원 무한 퍼텐셜 우물에 갇힌 전자의 바닥 상태 에너지는 E_0 이다. 우물의 폭을 $20nm$ 로 바꾼 경우, 전자가 첫 번째 들뜬 상태에서 바닥 상태로 전이할 때 방출되는 광자의 에너지를 E_0 으로 옮겨 나타낸 것은?¹⁶⁾

- ① $\frac{1}{4}E_0$ ② $\frac{1}{2}E_0$ ③ $\frac{3}{4}E_0$ ④ E_0 ⑤ $\frac{5}{4}E_0$

개념 POINT

17. [2012년 변리사] (하) - 전자의 물질파 (1차원 무한 퍼텐셜 우물)

폭이 L 인 1차원 무한 퍼텐셜 우물에 전자가 존재한다. 전자의 물질파는 정상파가 되는 상태로만 존재할 수 있다. 이 전자가 가질 수 있는 운동 에너지의 최솟값은? (단, 전자의 질량은 m 이며 플랑크상수는 h 이다.)¹⁷⁾

① $\frac{h^2}{16mL^2}$

② $\frac{h^2}{8mL^2}$

③ $\frac{h^2}{4mL^2}$

④ $\frac{h^2}{2mL^2}$

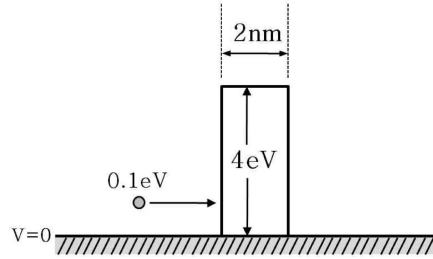
⑤ $\frac{h^2}{mL^2}$

개념 POINT

18. [2012년 변리사] (중) 터널링 효과

두께가 $2nm$ 이고, 높이가 $4eV$ 인 퍼텐셜 장벽에 에너지가 $0.1eV$ 인 입자가 입사한다. 이 입자가 양자터널링(tunneling) 효과에 의하여 이 장벽을 투과할 확률이 T_0 이다. 동일 조건에서 장벽의 두께를 $3nm$ 로 하였을 때, 입자가 장벽을 투과할 확률을 T_0 의 함수로 표시한 것은?¹⁸⁾

개념 POINT



- ① T_0^2 ② $T_0^{2/3}$ ③ $T_0^{3/4}$ ④ $T_0^{3/2}$ ⑤ $T_0^{5/4}$

19. [2013년 변리사] (하) - 전자의 물질파 (1차원 무한 퍼텐셜 우물)

폭이 L 인 1차원 무한 퍼텐셜 우물에 갇힌 전자의 파동함수에서 확률의 규격화 (normalization)로부터 구한 진폭을 A 라 할 때, 폭을 절반으로 줄인 우물의 파동함수 진폭은?¹⁹⁾

- ① A ② $2A$ ③ $\frac{A}{2}$ ④ $\frac{A}{\sqrt{2}}$ ⑤ $\sqrt{2}A$

개념 POINT

20. [2015년 변리사] (중) - 입자의 물질파(1차원 무한 퍼텐셜 우물)

폭이 L 인 일차원 무한 퍼텐셜 우물 내에 있는 질량 m 인 입자가 갖는 바닥 상태 에너지 (ground-state energy)는 E_1 이다. 우물의 폭과 입자의 질량이 각각 2배로 증가한다면 이 입자가 갖는 바닥 상태의 에너지는? (단, 입자는 비상대론적으로 취급하며, 우물 내의 퍼텐셜 에너지는 0이다.)²⁰⁾

① $\frac{E_1}{16}$

② $\frac{E_1}{8}$

③ $\frac{E_1}{4}$

④ $\frac{E_1}{2}$

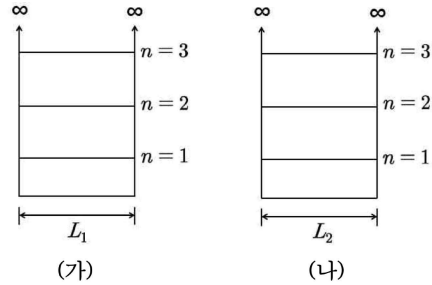
⑤ E_1

개념 POINT

21. [2016년 변리사] (하) - 전자의 물질파 (1차원 무한 퍼텐셜 우물)

그림 (가), (나)는 각각 폭이 L_1 , L_2 인 일차원 무한 퍼텐셜 우물에 갇혀 있는 전자의 에너지 준위를 개략적으로 나타낸 것이다. (가)의 바닥 상태($n=1$)에너지와 (나)의 두 번째 들뜬 상태($n=3$)의 에너지가 같을 때, $\frac{L_2}{L_1}$ 는? ⁽²¹⁾

개념 POINT



① 9

② 3

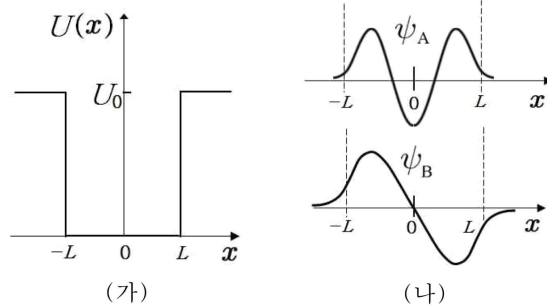
③ 1

④ $\frac{1}{3}$

⑤ $\frac{1}{9}$

22. [2017년 변리사] (하) 1차원 유한 퍼텐셜 우물

그림 (가)는 우물 깊이가 U_0 이고 폭이 $2L$ 인 일차원 유한 우물 퍼텐셜 $U(x)$ 를 위치 x 에 따라 나타낸 것이다. 그림 (나)는 (가)의 퍼텐셜에 속박된 입자 Y의 파동함수 ψ_A 와 ψ_B 를 각각 나타낸 것이다. ψ_A 와 ψ_B 는 에너지가 각각 E_A , E_B 인 Y의 고유상태함수이다.



이에 관한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?²²⁾

<보기>

- ㄱ. Y가 ψ_B 인 상태에 있을 때 $x=0$ 에서 Y를 발견할 확률은 0이다.
- ㄴ. E_A 는 E_B 보다 크다.
- ㄷ. Y가 (가)에서 가질 수 있는 바닥 상태의 에너지는 E_B 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

개념 POINT

23. [2020년 변리사] (중) - 전자의 물질파 (1차원 무한 퍼텐셜 우물)

폭이 각각 L , $2L$ 인 일차원 무한 퍼텐셜 우물에 전자 A, B가 각각 어떤 양자상태로 갇혀 있다. A는 바닥 상태에 있고, A와 B의 에너지는 같다. 이때 B의 드브로이 파장(λ)은?²³⁾

① $\frac{L}{4}$

② $\frac{L}{2}$

③ L

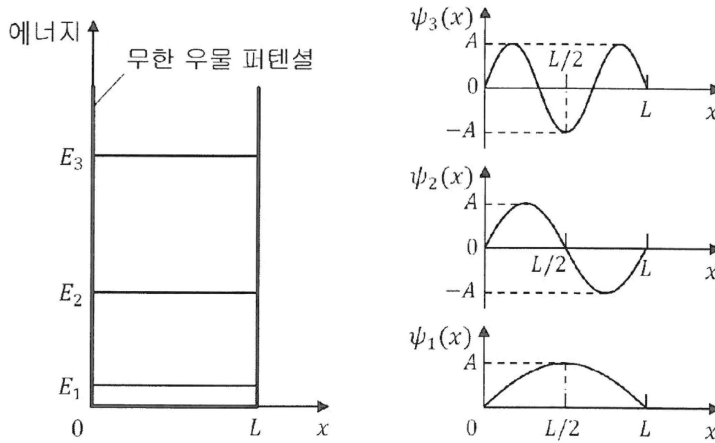
④ $2L$

⑤ $4L$

개념 POINT

24. [2022년 변리사] (중) - 물질파 파동함수 (1차원 무한 퍼텐셜 우물)

그림은 폭 L 인 무한 우물 퍼텐셜에 속박되어 있는 입자의 에너지 준위 E_n 과 파동함수 $\psi_n(x)$ 를 양자수 n 에 따라 나타낸 것이다. 이에 관한 설명으로 옳지 않은 것은? ²⁴⁾



- ① 파동함수의 파장은 $n=1$ 인 상태에서가 $n=3$ 인 상태에서보다 더 길다.
- ② 입자가 $n=1$ 인 상태에 있을 때, 위치에 따라 입자를 발견할 확률밀도는 $x = \frac{L}{2}$ 에서 최대이다.
- ③ 입자가 $n=2$ 인 상태에 있을 때, 입자를 발견할 확률은 $0 < x < \frac{L}{2}$ 에서가 $\frac{L}{2} < x < L$ 에서보다 크다.
- ④ 퍼텐셜에 속박된 입자가 가질 수 있는 에너지는 불연속적이다.
- ⑤ 퍼텐셜에 속박된 입자는 퍼텐셜 바닥에 정지해 있을 수 없다.

개념 POINT

25. [2024년 변리사] (중) - 전자의 물질파 (1차원 무한 퍼텐셜 우물)

원자핵에 갇힌 전자를 무한 퍼텐셜에 갇힌 자유전자로 가정하여 공간에 갇힌 자유입자의 양자화 현상을 정성적으로 이해할 수 있다. 폭이 $0.31nm$ 인 1차원 무한 퍼텐셜 장벽에 갇힌 자유전자가 세 번째 에너지 준위의 들뜬 상태에서 첫 번째 에너지 준위(바닥상태)로 전이할 때 방출하는 광자의 에너지는? (단, m_e 는 전자의 질량, h 는 플랑크 상수, c 는 빛의 속도일 때 $m_e c^2 = 0.50MeV$ 이며, $hc = 1.24 \times 10^3 eV \cdot nm$ 이다.)²⁵⁾

- ① $12eV$ ② $24eV$ ③ $32eV$ ④ $48eV$ ⑤ $60eV$

개념 POINT

<핵물리>

개념 POINT

26. [2002년 변리사] (하) - 핵반응

다음은 핵반응에 대한 설명이다. 틀린 것은?²⁶⁾

- ① 원소가 α 붕괴를 하면 질량수는 4 감소한다.
- ② 원소가 α 붕괴를 하면 원자번호는 2 감소한다.
- ③ 원소가 β 붕괴를 하면 질량수 변화는 없다.
- ④ 원소가 β 붕괴를 하면 원자번호는 1 감소한다.
- ⑤ 원소가 β 붕괴를 하면 중성자의 수는 1 감소한다.

27. [2003년 변리사] (하) - 물리전반

다음 설명 중 옳은 것은?²⁷⁾

- ① 물체에 작용하는 힘의 방향과 물체의 운동방향이 다를 수도 있다.
- ② 원자로에서는 핵융합 반응에서 나오는 질량결손 에너지를 이용한다.
- ③ 원자로에서는 우라늄의 화학반응에서 발생하는 에너지를 이용한다.
- ④ 온도는 분자의 운동에너지이다.
- ⑤ 광전효과는 빛의 파동성으로 잘 설명된다.

개념 POINT

28. [2004년 변리사] (하) - 반감기

반감기가 15시간인 방사능 원소에서 1분 동안 4000번의 붕괴가 검출되었다. 이로부터 60시간이 지난 뒤, 이 원소에서 1분 동안에 검출되는 예상 붕괴수는?²⁸⁾

- ① 250 ② 400 ③ 500 ④ 1000 ⑤ 2000

개념 POINT

29. [2014년 변리사] (하) - 반감기

반감기가 10분인 방사성 원소로 된 물질이 있다. 이 원소에 의한 방사능을 1차 측정을 한 후 60분이 지나 2차 측정을 하였다. 1차 측정 방사능은 2차 측정 방사능의 몇 배인가?²⁹⁾

① 6

② 18

③ 32

④ 64

⑤ 128

개념 POINT

30. [2018년 변리사] (하) - 반감기

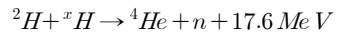
반감기가 1.41×10^{10} 년인 ${}_{90}^{232}\text{Th}$ 이 x 번의 알파붕괴와 y 번의 베타-마이너스(β^-) 붕괴를 거치는 자연 방사성 붕괴를 통해 안정한 최종 생성물인 ${}_{82}^{208}\text{Pb}$ 이 되었다. 이때, $x+y$ 의 값은?³⁰⁾

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

개념 POINT

31. [2021년 변리사] (하) - 핵융합

다음의 핵융합 반응식에서 x 에 해당하는 것은? (단, n 은 중성자이다.)³¹⁾



① 1

② 2

③ 3

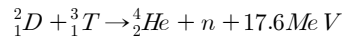
④ 4

⑤ 5

개념 POINT

32. [2025년 변리사] (하)

다음은 중수소(D) 원자핵과 삼중수소(T) 원자핵이 반응하여 헬륨 원자핵과 중성자를 생성하고 에너지를 방출하는 원자핵 반응식이다.



이 반응에서 핵자 1개당 방출하는 에너지는?³²⁾

- ① $3.52MeV$ ② $4.40MeV$ ③ $5.87MeV$ ④ $8.80MeV$ ⑤ $17.6MeV$

개념 POINT

33. [2026년 변리사] (하) - 핵반응

방사성 핵종의 베타(β) 붕괴에 관한 설명으로 옳지 않은 것은? (단, 어미핵은 붕괴 전의 핵종을, 딸핵은 붕괴 후의 핵종을 일컬으며, 전자 포획의 경우는 고려하지 않는다.)³³⁾

- ① 전체 전하는 붕괴 전후에 보존된다.
- ② 어미핵에서 전자나 양전자가 방출된다.
- ③ 딸핵의 핵자 수는 어미핵의 핵자 수와 같다.
- ④ 딸핵의 원자번호는 어미핵의 원자번호와 1만큼 차이가 난다.
- ⑤ 딸핵의 중성자 수는 어미핵의 중성자 수와 같다.

개념 POINT

■ 개념확인문제

개념 POINT

34. 전자총에서 방출되는 전자들이 이중슬릿을 통과하여 형광판에 도달하여 줄무늬 간섭무늬를 만들었다. 다음 보기에서 줄무늬 간격을 더 넓어지게 하는 방법으로서 타당한 것은?³⁴⁾

- 가) 전자총에서 전자를 가속하는 전압을 높여서 전자를 더 빠르게 한다.
 나) 이중 슬릿의 슬릿 사이 간격을 더 좁게 한다.
 다) 이중 슬릿과 형광판 사이 거리를 더 멀게 한다.

- ① 가 ② 나 ③ 다 ④ 나, 다 ⑤ 가, 나, 다

35. 현대 양자물리학에서 다루고 있는 입자에 대한 다음 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?³⁵⁾

개념 POINT

<보 기>

- ㄱ. 양자역학적 서술은 대상계가 거시계가 될수록 고전역학적 서술과 같아진다.
- ㄴ. 엑스선, 감마선, 자외선은 모두 전자기파이다.
- ㄷ. 전자는 슬릿을 통과할 때 회절 무늬를 만들어내지 않는다.

① ㄱ

② ㄴ

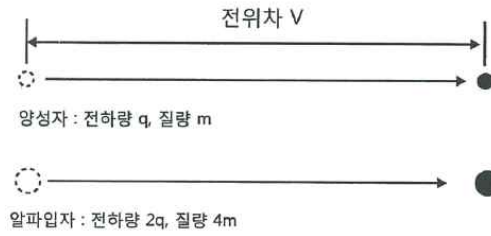
③ ㄷ

④ ㄱ, ㄴ

⑤ ㄴ, ㄷ

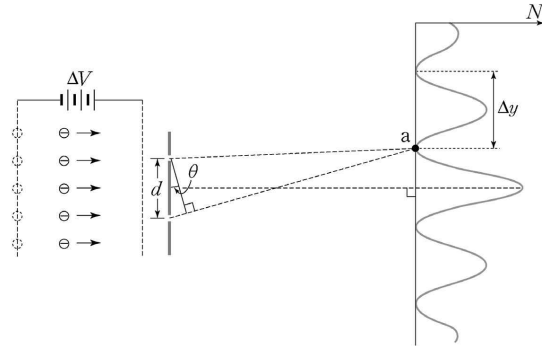
36. 그림은 정지해 있던 양성자와 알파입자가 같은 크기의 전위차에서 가속된 것을 나타낸다. 양성자와 알파입자의 질량비는 1:4이고 전하량의 비는 1:2로 근사할 때, 가속된 후 드브로이 파장의 비율은? (단, 상대론적 효과는 무시할 수 있고, 두 입자간의 상호작용은 고려하지 않는다.)³⁶⁾

개념 POINT



- ① 1:2 ② $\sqrt{2}:1$ ③ 2:1 ④ $2\sqrt{2}:1$ ⑤ 4:1

37. 그림은 질량 m , 전하량 $-e$ 인 정지 상태의 전자들이 전위차 ΔV 에 의해 가속되어 동일한 속도로 간격 d 인 이중 슬릿에 입사할 때, 스크린에서 검출되는 전자 수 N 을 모식적으로 나타낸 것이다. 슬릿과 스크린은 서로 나란하며, 슬릿에 도달한 전자의 드브로이 파장은 λ 이다.³⁷⁾



이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, h 는 플랑크 상수이고, 슬릿과 스크린 사이의 거리는 d 보다 매우 크다.)

< 보 기 >

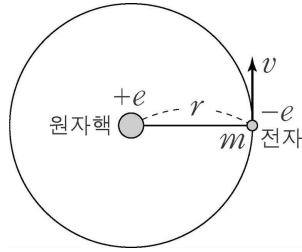
ㄱ. $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2me\Delta V}}$ 이다.

ㄴ. 점 a는 $d \sin \theta = \frac{\lambda}{2}$ 가 만족되는 지점이다.

ㄷ. ΔV 를 증가시키면 Δy 가 증가한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

38. 그림은 보어의 수소 원자 모형을 나타낸 것이다. 질량이 m 인 전자가 원자핵 주위를 속력 v 로 원운동하고 있다. 이 때 전자의 전하는 $-e$ 이고 원자핵의 전하는 $+e$ 이며, 원궤도의 반지름은 r 이다.



<표>는 보어의 수소 원자 모형에 관련된 식과 이 식에 대한 철수의 설명을 짝지어 놓은 것이다. (단, k 는 쿨롱 상수이고 h 는 플랑크 상수이다.)

| | 식 | 식에 대한 철수의 설명 |
|---|--|--|
| 가 | $k \frac{e^2}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$ | 원자핵이 전자에 작용하는 전기력이 전자의 원운동을 유지시키는 구심력 역할을 한다. |
| 나 | $mvr = \frac{nh}{2\pi}$ (n 은 자연수이다.) | 전자의 각운동량은 연속적인 값을 갖는다. |
| 다 | $\nu = \frac{E_i - E_f}{h}$ | 에너지가 E_i 인 높은 에너지 준위에서 에너지가 E_f 인 낮은 에너지 준위로 전자가 전이될 때, 진동수가 ν 인 전자기파를 방출한다. |

식에 대한 철수의 설명이 옳은 것을 <표>에서 모두 고른 것은?³⁸⁾

- ① 가 ② 나 ③ 가, 나 ④ 가, 다 ⑤ 나, 다

39. 다음 물음에 답하시오.³⁹⁾

(1) 보어의 수소 원자 모델에서 전자 궤도 반지름은 $r_n = an^2$ 으로 주어진다. a 를 e, h , 전자의 질량 m , 진공에서의 유전상수 ϵ_0 를 사용하여 나타내시오.

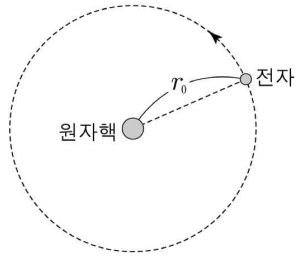
(2) 수소의 선 스펙트럼은 다음과 같은 리드베리 공식으로 표현할 수 있다.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

여기서 $n_1, n_2 (> n_1)$ 는 자연수, R 은 리드베리 상수이다. R 을 h, c, e , 전자의 질량 m , 진공에서의 유전상수 ϵ_0 를 사용하여 나타내시오.

개념 POINT

40. 그림은 보어의 수소 원자 모형을 모식적으로 나타낸 것이다. 바닥 상태 ($n=1$)에서, 전자의 궤도 반지름과 물질파 파장은 각각 r_0 과 λ_0 이다.



첫 번째 들뜬 상태 ($n=2$)에서, 전자의 궤도 반지름과 물질파 파장으로 옳은 것은? ⁽⁴⁰⁾

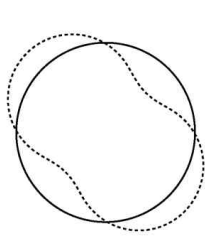
궤도 반지름

물질파의 파장

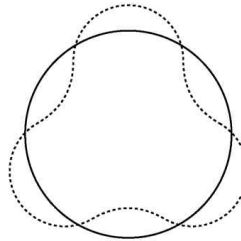
- | | | |
|---|--------|------------------------|
| ① | $2r_0$ | $\frac{1}{2}\lambda_0$ |
| ② | $2r_0$ | $2\lambda_0$ |
| ③ | $2r_0$ | $4\lambda_0$ |
| ④ | $4r_0$ | $\frac{1}{2}\lambda_0$ |
| ⑤ | $4r_0$ | $2\lambda_0$ |

개념 POINT

41. 그림 (가)와 (나)는 보어의 수소 원자 모형의 두 궤도에서 전자의 물질파가 형성한 정상파를 모식적으로 나타낸 것이다.



(가)



(나)

(가)에서가 (나)에서보다 큰 물리량만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?⁴¹⁾

—<보 기>—

- ㄱ. 전자의 각운동량의 크기
- ㄴ. 전자에 작용하는 쿨롱 힘의 크기
- ㄷ. 전자의 운동에너지

① ㄱ

② ㄴ

③ ㄷ

④ ㄱ, ㄷ

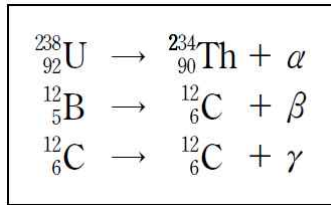
⑤ ㄴ, ㄷ

개념 POINT

42. 수소 원자가 $n=3$ 상태에서 $n=1$ 상태로 전이할 때 방출되는 광자의 (1) 에너지 (2) 운동량의 크기 (3) 파장은 각각 얼마인가?⁴²⁾

개념 POINT

43. 다음은 원자핵이 방사선 a, b, g 를 방출하는 과정을 핵반응식으로 나타낸 것이다.



이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?⁴³⁾

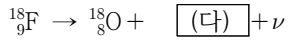
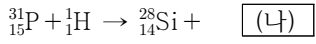
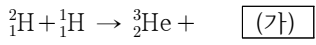
—<보 기>—

- ㄱ. α 는 중성자수가 양성자수보다 크다.
 ㄴ. β 는 양(+)전하를 띤다.
 ㄷ. 인체가 방사선에 노출될 경우, 방사선의 종류나 에너지에 따라 인체에 미치는 영향이 다르다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

개념 POINT

44. 다음은 방사선 (가), (나), (다)가 방출되는 핵반응 식이다.



이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?⁴⁴⁾

<보 기>

- ㄱ. (가)는 β 선이다.
 ㄴ. (나)는 (가)보다 투과력이 약하다.
 ㄷ. (다)는 음(-)전하를 띠고 있다.

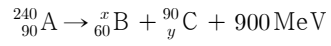
- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

개념 POINT

45. 다음에 답하시오. 45)

(1) 중성자의 베타 붕괴를 간단히 설명하라.

(2) 정지 상태의 핵 A가 아래와 같은 핵반응을 하였다고 가정하자. (실제 일어나는 핵반응은 아니다.)



x, y 를 구하라. 위 핵반응식을 참고로 질량-에너지 동등성에 대해 설명하시오.

($1\text{MeV} = 1.6 \times 10^{-13}\text{J}$)

개념 POINT

46. 어떤 방사성 핵종의 반감기는 30년 이다. 이 핵종으로 이루어진 순수한 시료가 (1) 60.0년
과 (2) 90.0년 이후에 각각 얼마나 붕괴하지 않고 남아 있는가?⁴⁶⁾

개념 POINT

47. ^{14}C 활성도가 처음값의 0.020배로 줄기 위해서는 몇 년이 흘러야 하는가? ^{14}C 의 반감기는 5730년이다.⁴⁷⁾

개념 POINT

48. 표는 우라늄(U)과 라듐(Ra)이 각각 동일한 입자를 방출하며 토륨 (Th)과 라돈(Rn)으로 변하는 핵반응식과 반응에 관련된 핵의 질량을 나타낸 것이다.

개념 POINT

| 핵반응식 | 핵의 질량 | |
|--|--------------------------|-------------|
| ${}_{92}^{238}\text{U} \rightarrow {}_{90}^{234}\text{Th} + \boxed{\text{가}}$ | ${}_{92}^{238}\text{U}$ | 238.05079 u |
| | ${}_{90}^{234}\text{Th}$ | 234.04363 u |
| ${}_{88}^{226}\text{Ra} \rightarrow {}_{86}^{222}\text{Rn} + \boxed{\text{가}}$ | ${}_{88}^{226}\text{Ra}$ | 226.02540 u |
| | ${}_{86}^{222}\text{Rn}$ | 222.01757 u |

이 핵반응에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, u는 원자 질량 단위이다.)⁴⁸⁾

<보 기>

- ㄱ. (가)는 베타입자이다.
 ㄴ. 핵 안의 중성자수는 ${}_{92}^{238}\text{U}$ 이 ${}_{88}^{226}\text{Ra}$ 보다 8개 많다.
 ㄷ. 질량 결손에 의해 나오는 에너지는 ${}_{92}^{238}\text{U}$ 이 ${}_{88}^{226}\text{Ra}$ 보다 작다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

49. 입자가 다음과 같은 파동 함수를 갖고 있다. ⁴⁹⁾

$$\psi(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{a}} e^{-x/a} & x > 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

- (a) 확률밀도를 구하고 그려라.
- (b) $x < 0$ 인 어느 곳이든 입자가 존재할 확률을 구하라.
- (c) 파동함수 ψ 가 규격화되어 있음을 보이고 $0 \leq x \leq a$ 사이에 입자가 존재할 확률을 구하라.

개념 POINT

50. 파동함수 $\psi(x)$ 에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?⁵⁰⁾

개념 POINT

<보 기>

ㄱ. 측정하거나 관찰할 수 없으며 중첩이 가능하다.

ㄴ. $a < x < b$ 에서 입자가 발견될 확률은

$$P(a < x < b) = \int_a^b |\psi(x)| dx \text{이다.}$$

ㄷ. $\psi(x)$ 를 이용하면 초기조건을 이용해서 미래를 정확하게 예측할 수 있다.

① ㄱ

② ㄷ

③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

51. $|x| > b$ 에서 $\psi = 0$ 이고, $-b \leq x \leq b$ 에서 $\psi = A(b^2 - x^2)$ 인 파동함수의 규격화 상수 A 를 표
기하여라.⁵¹⁾

개념 POINT

52. 식 $\Psi(x, t) = Ae^{i(kx - \omega t)} + Be^{-i(kx + \omega t)}$ 에서 $A = B = \psi_0$ 로 놓고 두 항을 모두 고려하자. 그러면 이 식은 서로 반대 방향으로 진행하는 같은 크기의 두 물질파의 중첩을 기술한다(이것은 정지파의 조건임을 상기하여라).⁵²⁾

(1) $|\Psi(x, t)|^2$ 이 다음과 같이 주어짐을 보여라.

$$|\Psi(x, t)|^2 = 2\psi_0^2 [1 + \cos 2kx].$$

(2) 이 함수를 그래프로 그리고, 물질파의 정지파 진폭의 제곱을 기술함을 보여라.

(3) 정지파의 마디가

$$x = (2n + 1) \left(\frac{1}{4} \lambda \right) \quad (n = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

에 위치하고 있음을 보여라. 여기서 λ 는 입자의 de Broglie 파장이다.

(4) 입자가 가장 있음직한 지점들에 대해 비슷한 식을 구하여라.

53. $x=0$ 과 $x=L$ 사이의 무한대 퍼텐셜 우물에 전자가 갇혀 있다. 이 때 갇힌 전자의 파동함수는

$$\psi_n(x) = A \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right), \quad (n=1, 2, 3 \cdots)$$

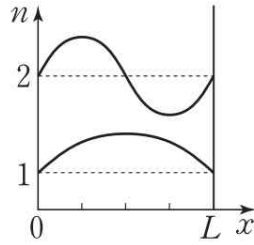
로 주어진다. 이 때 진폭 상수 A 는?⁵³⁾

- ① $\sqrt{\frac{1}{L}}$ ② $\sqrt{\frac{2}{L}}$ ③ $\sqrt{\frac{1}{2L}}$ ④ $\sqrt{\frac{1}{4L}}$ ⑤ $\sqrt{\frac{L}{2}}$

개념 POINT

54. 그림은 길이 L 인 일차원 상자에 갇힌 전자의 파동함수를 양자수 n 에 따라 나타낸 것이다. 이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?⁵⁴⁾

개념 POINT



< 보 기 >

- ㄱ. $n=1$ 일 때, 전자의 물질파 파장은 $2L$ 이다.
 ㄴ. $n=2$ 일 때, $x = \frac{L}{4}$ 과 $x = \frac{3L}{4}$ 에서 전자를 발견할 확률밀도는 서로 같다.
 ㄷ. L 이 감소하면 전자의 운동량의 불확정성은 증가한다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

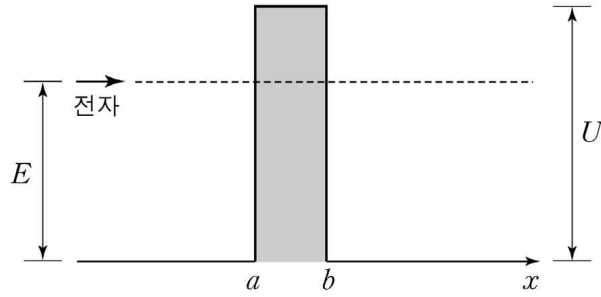
55. 어떤 터널링 문제에서 장벽에서의 반사계수 R 이 0.80이다. 이에 대응하는 투과계수 T 는 얼마인가?⁵⁵⁾

- ① 0.80 ② 0.60 ③ 0.50 ④ 0.20 ⑤ 0

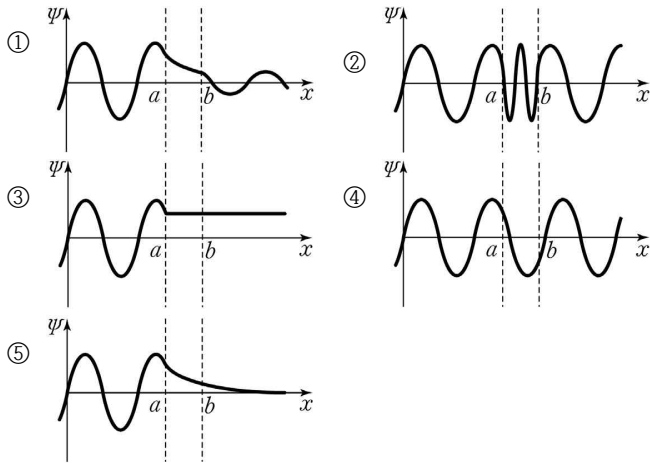
개념 POINT

56. 그림은 에너지 E 인 전자가 높이 U 인 퍼텐셜 장벽에 입사하는 것을 나타낸 것이다. E 가 U 보다 작아도 전자는 퍼텐셜 장벽을 투과할 수 있다.

개념 POINT

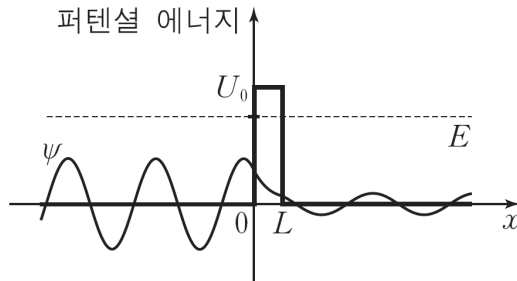


전자의 파동 함수 ψ 의 개형으로 가장 적절한 것은?⁵⁶⁾



57. 그림은 폭이 L 이고 높이가 U_0 인 퍼텐셜 장벽을 향해 에너지 E 인 전자가 오른쪽으로 운동할 때 퍼텐셜 에너지와 전자의 파동 함수 ψ 를 나타낸 것이다. E 는 U_0 보다 작다. 전자의 파동 함수와 양자 터널 효과에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?⁵⁷⁾

개념 POINT



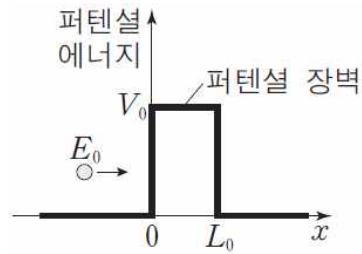
<보 기>

- ㄱ. U_0 이 커질수록 전자가 장벽을 투과할 확률은 커진다.
- ㄴ. 장벽의 폭 L 이 작아질수록 전자가 장벽을 투과할 확률은 커진다.
- ㄷ. $x < 0$ 영역에서 전자의 드브로이 파장이 길어질수록 전자가 장벽을 투과할 확률은 커진다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

58. 그림은 운동 에너지가 E_0 인 입자가 폭이 L_0 이고 높이가 V_0 인 퍼텐셜 장벽을 향해 운동하는 것을 나타낸 것이다. E_0 은 V_0 보다 작다.⁵⁸⁾

개념 POINT



입자의 양자 터널 효과에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

- ㄱ. 퍼텐셜 장벽 내($0 < x < L_0$)에서 파동함수는 삼각 함수의 조합이다.
- ㄴ. E_0 와 V_0 를 각각 2배로 할 경우 투과계수는 그대로이다.
- ㄷ. L_0 이 작을수록 $x > L_0$ 인 영역에서 입자를 발견할 확률은 크다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

■ 정답과 해설

개념 POINT

1) [정답] ③

[해설]

- ㄱ. 각운동량의 단위는 $kg \cdot m^2/s$ 이고 플랑크 상수의 단위는 $J \cdot s = (kg \cdot m^2/s^2) \cdot s = kg \cdot m^2/s$ 이므로 동일하다. (거짓)
- ㄴ. 직류 전원의 경우 위상이라는 개념이 없으므로 틀린 표현이다. (거짓)
- ㄷ. 평행축 정리에 의하여 균질한 구형 물체의 질량중심을 지나는 축에 대한 관성 모멘트는 질량중심을 지나지 않는 다른 축에 대한 관성모멘트보다 항상 작다. (참)

2) [정답] ①

[해설]

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m} = eV \text{이므로 } p = \sqrt{2meV} \text{이고 물질파 파장은 } \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2meV}} \text{이므로}$$

$$\lambda \propto \frac{1}{\sqrt{V}} \text{이다. 따라서 } 10V \text{에서 물질파 파장이 } \lambda \text{일 때, } 40V \text{에서는 물질파 파장이 } \frac{1}{2}\lambda \text{이다.}$$

3) [정답] ②

[해설]

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m} = eV \text{이므로 } p = \sqrt{2meV} \text{이고 물질파 파장은 } \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2meV}} \text{이므로}$$

$$\lambda \propto \frac{1}{\sqrt{V}} \text{이다. 따라서 } V \text{에서 물질파 파장이 } \lambda \text{일 때, } V \text{에서는 물질파 파장이 } \frac{1}{\sqrt{2}}\lambda \text{이다.}$$

4) [정답] ③

[해설]

$$\text{드브로이 파장은 } \lambda = \frac{h}{mv} \text{이므로 } \frac{\lambda_B}{\lambda_A} = \frac{\frac{h}{m_B v_B}}{\frac{h}{m_A v_A}} = \frac{m_A v_A}{m_B v_B} = \frac{1}{k_m k_v} \text{이다.}$$

5) [정답] ④

[해설]

$$\text{드브로이 물질파 파장은 } \lambda = \frac{h}{mv} \text{이므로}$$

$$\frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{\frac{h}{m_A v_A}}{\frac{h}{m_B v_B}} = \frac{m_B v_B}{m_A v_A} = \frac{v_B}{v_A} = \frac{\frac{2\pi r_B}{T_B}}{\frac{2\pi r_A}{T_A}} = \frac{r_B T_A}{r_A T_B} = \frac{r_B}{r_A} = \frac{2R}{R} = 2 \text{이다.}$$

6) [정답] ⑤

[해설]

물체 A, B는 양극판에서 수직으로 출발해 음극판을 향해 등가속도 직선 운동을 하므로 모두 양전하이며 일반적으로 중력의 효과는 무시한다.

$$\text{ㄱ. } \Sigma F = ma = qE \text{에서 전기장이 동일하므로 } a = \frac{qE}{m} \text{이고 동일한 거리 } L \text{을 이동한다고 가정하}$$

$$\text{면 양극판에서 음극판까지 이동하는 데 걸린 시간은 } t = \sqrt{\frac{2L}{a}} = \sqrt{\frac{2mL}{qE}} \text{이므로 } t \propto \sqrt{\frac{m}{q}}$$

이다. 따라서 $t_A : t_B = \sqrt{\frac{m_A}{q_A}} : \sqrt{\frac{m_B}{q_B}} = \sqrt{\frac{m}{2q}} : \sqrt{\frac{2m}{q}} = 1 : 2$ 이므로 B가 A보다 길다. (참)

ㄴ. $K = \frac{1}{2}mv^2 = qV$ 이므로 $K \propto q$ 이다. $q_A : q_B = 2 : 1$ 이므로 A의 운동에너지는 B의 운동에너지보다 크다. (참)

ㄷ. $K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m} = qV$ 이므로 $p = \sqrt{2mqV}$ 이고 물질파 파장은 $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mqV}}$ 이므로 $\lambda \propto \frac{1}{\sqrt{mq}}$ 이다. $m_A q_A = m_B q_B$ 이므로 드브로이파의 파장은 A와 B가 같다.

7) [정답] ⑤

[해설]

광자의 에너지는 $E_\gamma = \frac{hc}{\lambda_\gamma} = \frac{1.24 \times 10^3 e \cdot V \cdot nm}{6.2 nm} = 2.0 \times 10^2 e \cdot V$ 이다. 전자의 운동에너지는

$$E_e = \frac{p^2}{2m_e} = \frac{h^2}{2m_e \lambda^2} = \frac{(hc)^2}{2m_e c^2 \lambda^2} = \frac{(1.24 \times 10^3 e \cdot V \cdot nm)^2}{2 \times 0.5 \times 10^6 e \cdot V \times (6.2 nm)^2} = 4.0 \times 10^{-2} e \cdot V \text{이다.}$$

8) [정답] ③

[해설]

수소 원자의 에너지 준위는 $E_n = -\frac{13.6}{n^2} = -\frac{E_1}{n^2}$ 이므로 바닥 상태의 에너지 준위는

$E_1 = -13.6 e \cdot V$ 이고 첫 번째 들뜬 상태의 에너지 준위는 $E_2 = -\frac{13.6}{2^2} e \cdot V$ 이다. 따라서 바닥 상

태에서 첫 번째 들뜬 상태로 전이하기 위해 외부에서 흡수해야 하는 에너지는

$$\Delta E = E_2 - E_1 = -\frac{13.6}{2^2} - (-13.6) = \left(-\frac{1}{2^2} + 1\right) \times 13.6 = \frac{3}{4} \times 13.6 e \cdot V \text{이다.}$$

9) [정답] ②

[해설]

$\Sigma F = ma$ 에서 $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$ 이고 $mvr = n \frac{h}{2\pi}$ 이므로 두 식에서 v 를 소거하고 정리하면

$$r = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m e^2} n^2 \text{이다.}$$

10) [정답] ③

[해설]

바닥 상태($n=1$)에서 $12.75 e \cdot V$ 의 광자를 흡수하여 들뜬 상태($n=m$)이 되었으므로

$\Delta E = E_m - E_1 = -\frac{13.6}{m^2} - (-13.6) = 12.75 e \cdot V$ 이고 계산하면 $m=4$ 이다. 전자의 각운동량은

$L = n\hbar$ ($n=1, 2, 3 \dots$)이므로 들뜬 상태에 있는 수소 원자의 전자의 궤도 각운동량은 $4\hbar$ 이다.

11) [정답] ①

[해설]

그림에서 점선으로 표시된 물질파의 마루의 개수가 각각 2개와 3개이므로 (가)의 주양자수는

$n=2$ 이고 (나)의 주양자수는 $n=3$ 이다. 따라서 (가)의 에너지 준위는 $E_2 = -\frac{|E_1|}{2^2}$ 이고. (나

의 에너지 준위는 $E_3 = -\frac{|E_1|}{3^2}$ 이다. 전자가 (나)의 상태에서 (가)의 상태로 전이할 때 방출되

는 광자의 에너지는 $\Delta E = E_2 - E_3 = -\frac{|E_1|}{2^2} - \left(-\frac{|E_1|}{3^2}\right) = \frac{5}{36}|E_1|$ 이다.

개념 POINT

12) [정답] ③

[해설]

- ① 전자는 스핀을 가지고 있다. (참)
- ② 전자는 파울리 배타원리를 만족한다. (참)
- ③ 도선에서 전류는 전자가 움직이는 반대 방향으로 흐른다. (거짓)
- ④ 빠르지만 일정한 속도로 움직이는 전자는 전자기파를 방출하지 못한다. (참)
- ⑤ 등전위면에 놓여 있는 전자는 그 면에 수직인 두 개의 방향 중 전위가 증가하는 방향으로 전기력을 받는다. (참)

13) [정답] ④

[해설]

폭이 L 인 1차원 무한 퍼텐셜 우물에서 정상파 상태로 존재하는 전자의 물질파 파장은

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \text{이다.}$$

이 경우 전자의 운동량은 $p = \frac{h}{\lambda_n} = \frac{nh}{2L}$ 이며 운동에너지는 $K = \frac{p^2}{2m} = \frac{1}{2m} \left(\frac{nh}{2L}\right)^2 = \frac{n^2 h^2}{8mL^2}$ 이고

우물 내의 퍼텐셜에너지는 0이므로 이 전자가 가질 수 있는 에너지는 $E_n = \frac{n^2 h^2}{8mL^2}$ 이다.

문제의 경우 바닥 상태의 에너지는 $E_1 = \frac{h^2}{8mL^2}$ 이고 첫 번째 들뜬 상태의 에너지는

$$E_2 = \frac{2^2 h^2}{8mL^2} \text{이므로 방출되는 빛의 에너지는 두 상태의 에너지 차이 } \Delta E = E_2 - E_1 = \frac{3h^2}{8mL^2} \text{이}$$

다. 따라서 방출되는 빛의 진동수는 $f = \frac{\Delta E}{h} = \frac{3h}{8mL^2}$ 이다.

14) [정답] ④

[해설]

에너지 측정의 기댓값은 각 고유 상태의 에너지 값에 그 상태가 발견될 확률을 곱하여 모두 더한 값이고 확률은 고유 파동함수 앞에 붙은 계수의 제곱으로 구한다. 따라서 $n=1$ 인 상태

의 확률은 $p_1 = \left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2 = \frac{2}{3}$ 이고 $n=2$ 인 상태의 확률은 $p_2 = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{1}{3}$ 이다.

$n=2$ 일 때 고유에너지는 $4E_1$ 이므로 에너지 측정의 기댓값은

$$\bar{E} = \sum p_n E_n = p_1 E_1 + p_2 E_2 = \left(\frac{2}{3} \times E_1\right) + \left(\frac{1}{3} \times 4E_1\right) = 2E_1 \text{이다.}$$

15) [정답] ③

[해설]

폭이 L 인 1차원 무한 퍼텐셜 우물에서 정상파 상태로 존재하는 전자의 물질파 파장은

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \text{이다.}$$

이 경우 전자의 운동량은 $p = \frac{h}{\lambda_n} = \frac{nh}{2L}$ 이며 운동에너지는 $K = \frac{p^2}{2m} = \frac{1}{2m} \left(\frac{nh}{2L}\right)^2 = \frac{n^2 h^2}{8mL^2}$ 이므

로 이 전자가 가질 수 있는 운동 에너지의 최소값은 $n=1$ 일 때 $\frac{h^2}{8mL^2}$ 이다. 따라서 각 숫자

를 대입하면 $E_1 = \frac{h^2}{8mL^2} = \frac{(6.6 \times 10^{-34} \text{ Js})^2}{8 \times (9.1 \times 10^{-31}) \times (1.0 \times 10^{-10})^2} \times \frac{1}{1.6 \times 10^{-19}} \simeq 3.8 \times 10^1 \text{ eV}$ 이다.

16) [정답] ③

[해설]

폭이 L 인 1차원 무한 퍼텐셜 우물에서 정상파 상태로 존재하는 전자의 물질파 파장은

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \text{이다.}$$

이 경우 전자의 운동량은 $p = \frac{h}{\lambda_n} = \frac{nh}{2L}$ 이며 운동에너지는 $K = \frac{p^2}{2m} = \frac{1}{2m} \left(\frac{nh}{2L} \right)^2 = \frac{n^2 h^2}{8mL^2}$ 이고

우물 내의 퍼텐셜에너지는 0이므로 이 전자가 가질 수 있는 에너지는 $E_n = \frac{n^2 h^2}{8mL^2}$ 이다.

따라서 우물의 폭이 L 일 때 바닥상태($n=1$)의 에너지는 $E_0 = \frac{h^2}{8mL^2}$ 이고 첫 번째 들뜬 상태

($n=2$)의 에너지는 $E = \frac{2^2 h^2}{8mL^2}$ 이므로 전자가 첫 번째 들뜬 상태에서 바닥 상태로 전이할 때

방출되는 광자의 에너지는 $\Delta E = E - E_0 = \frac{3h^2}{8mL^2} = 3E_0$ 이다. 이때 우물의 폭이 $2L$ 이 되면

$\Delta E \propto \frac{1}{L^2}$ 이므로 방출되는 광자의 에너지는 $\frac{3}{4}E_0$ 이다.

17) [정답] ②

[해설]

폭이 L 인 1차원 무한 퍼텐셜 우물에서 정상파 상태로 존재하는 전자의 물질파 파장은

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \text{이다.}$$

이 경우 전자의 운동량은 $p = \frac{h}{\lambda_n} = \frac{nh}{2L}$ 이며 운동에너지는 $K = \frac{p^2}{2m} = \frac{1}{2m} \left(\frac{nh}{2L} \right)^2 = \frac{n^2 h^2}{8mL^2}$ 이므

로 이 전자가 가질 수 있는 운동 에너지의 최솟값은 $n=1$ 일 때 $\frac{h^2}{8mL^2}$ 이다.

18) [정답] ④

[해설]

입자가 양자 터널링(tunneling) 효과에 의하여 이 장벽을 투과할 확률은 $T = e^{-2 \frac{\sqrt{2m(U-E)}}{h} L}$ 이고 문제의 조건에 의하면 $U = 4eV$, $E = 0.1eV$ 로 일정하고 장벽의 두께만 $2nm$ 에서 $3nm$ 로 $\frac{3}{2}$ 배 증가하였다. 따라서 $L = 3nm$ 에서 입자가 장벽을 투과할 확률은 $T_0^{3/2}$ 이다.

19) [정답] ⑤

[해설]

폭이 L 인 1차원 무한 퍼텐셜 우물에 갇힌 전자의 파동함수는 $\psi(x) = A \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$ 이고 규격

화 조건은 $\int_0^L |\psi(x)|^2 dx = 1$ 이다. 따라서 파동함수를 규격화 조건에 대입하여 계산하면

$\int_0^L A^2 \sin^2\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx = A^2 \cdot \frac{L}{2} = 1$ 이므로 $A = \sqrt{\frac{2}{L}}$ 이다. 따라서 폭을 절반으로 줄인 우물의 파

동함수 진폭은 $A' = \sqrt{\frac{2}{L/2}} = \sqrt{\frac{4}{L}} = \sqrt{2}A$ 이다.

20) [정답] ②

[해설]

폭이 L 인 1차원 무한 퍼텐셜 우물에서 정상파 상태로 존재하는 전자의 물질파 파장은

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \text{이다.}$$

이 경우 전자의 운동량은 $p = \frac{h}{\lambda_n} = \frac{nh}{2L}$ 이며 운동에너지는 $K = \frac{p^2}{2m} = \frac{1}{2m} \left(\frac{nh}{2L} \right)^2 = \frac{n^2 h^2}{8mL^2}$ 이고

우물 내의 퍼텐셜에너지는 0이므로 이 전자가 가질 수 있는 에너지는 $E_n = \frac{n^2 h^2}{8mL^2}$ 이다.

따라서 바닥 상태의 에너지는 $E_1 = \frac{h^2}{8mL^2}$ 이다. 따라서 L 과 m 이 각각 2배로 증가하면 바닥

상태의 에너지는 $\frac{E_1}{8}$ 이 된다.

21) [정답] ②

[해설]

폭이 L 인 1차원 무한 퍼텐셜 우물에서 정상파 상태로 존재하는 전자의 물질파 파장은

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \text{이다.}$$

이 경우 전자의 운동량은 $p = \frac{h}{\lambda_n} = \frac{nh}{2L}$ 이며 운동에너지는 $K = \frac{p^2}{2m} = \frac{1}{2m} \left(\frac{nh}{2L} \right)^2 = \frac{n^2 h^2}{8mL^2}$ 이고

우물 내의 퍼텐셜에너지는 0이므로 이 전자가 가질 수 있는 에너지는 $E_n = \frac{n^2 h^2}{8mL^2}$ 이다.

따라서 (가)의 바닥 상태($n=1$)의 에너지는 $E_1 = \frac{h^2}{8mL_1^2}$ 이고, (나)의 두 번째 들뜬 상태($n=3$)

의 에너지는 $E_3 = \frac{3^2 h^2}{8mL_2^2}$ 이고 $E_1 = E_3$ 에서 $\frac{h^2}{8mL_1^2} = \frac{9h^2}{8mL_2^2}$ 이므로 $\frac{L_2}{L_1} = 3$ 이다.

22) [정답] ③

[해설]

ㄱ. 입자를 발견할 확률밀도는 $|\psi_n(x)|^2$ 에 비례하므로 Y가 ψ_B 인 상태에 있을 때 $x=0$ 에서 Y를 발견할 확률은 0이다. (참)

ㄴ. ψ_A 는 3개의 배를 가지고 $n=3$ 인 상태이며 ψ_B 는 2개의 배를 가지므로 $n=2$ 인 상태이다. 따라서 E_A 는 E_B 보다 크다. (참)

ㄷ. 바닥 상태는 $n=1$ 일 때이므로 $n=2$ 인 상태의 에너지인 E_B 보다 작다.

23) [정답] ④

[해설]

폭이 L 인 1차원 무한 퍼텐셜 우물에서 정상파 상태로 존재하는 전자의 물질파 파장은

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \text{이다.}$$

이 경우 전자의 운동량은 $p = \frac{h}{\lambda_n} = \frac{nh}{2L}$ 이며 운동에너지는 $K = \frac{p^2}{2m} = \frac{1}{2m} \left(\frac{nh}{2L} \right)^2 = \frac{n^2 h^2}{8mL^2}$ 이고

우물 내의 퍼텐셜에너지는 0이므로 이 전자가 가질 수 있는 에너지는 $E_n = \frac{n^2 h^2}{8mL^2}$ 이다.

A는 바닥 상태($n=1$)에 있으므로 $\frac{h^2}{8mL^2}$ 의 에너지를 가지며, B가 ($n=m$)의 상태이고

$\frac{m^2 h^2}{8m(2L)^2}$ 의 에너지를 갖는다면 두 에너지는 같으므로 $m=2$ 이다. 따라서 B의 드브로이 파장

은 $\lambda_2 = \frac{2 \times 2L}{2} = 2L$ 이다.

개념 POINT

24) [정답] ③

[해설]

- ① 파동함수의 파장은 $\lambda_n = \frac{2L}{n}$ 이므로 $n=1$ 인 상태에서가 $n=3$ 인 상태에서보다 더 길다. (참)
- ② 입자를 발견할 확률밀도는 $|\psi_n(x)|^2$ 에 비례하므로 입자가 $n=1$ 인 상태에 있을 때, 위치에 따라 입자를 발견할 확률밀도는 $x = \frac{L}{2}$ 에서 최대이다. (참)
- ③ 입자가 $n=2$ 인 상태에 있을 때, 확률밀도는 $|\psi_n(x)|^2$ 에 비례하므로 좌우대칭이 된다. 따라서 입자를 발견할 확률은 $0 < x < \frac{L}{2}$ 와 $\frac{L}{2} < x < L$ 가 같다. (거짓)
- ④ 퍼텐셜에 속박된 입자가 가질 수 있는 에너지는 불연속적이다. (참)
- ⑤ 하이젠베르크의 불확정성 원리에 의해 입자가 바닥에 정지하면 위치 불확정성이 무한대가 되어야 하는데, 입자는 우물 안에 갇혀 있으므로 불가능하다. 즉, 최소 에너지(영점 에너지)를 항상 갖는다. (참)

25) [정답] ③

[해설]

폭이 L 인 1차원 무한 퍼텐셜 우물에서 정상파 상태로 존재하는 전자의 물질파 파장은

$\lambda_n = \frac{2L}{n}$ 이다.

이 경우 전자의 운동량은 $p = \frac{h}{\lambda_n} = \frac{nh}{2L}$ 이며 운동에너지는 $K = \frac{p^2}{2m} = \frac{1}{2m} \left(\frac{nh}{2L} \right)^2 = \frac{n^2 h^2}{8mL^2}$ 이고

우물 내의 퍼텐셜에너지는 0이므로 이 전자가 가질 수 있는 에너지는 $E_n = \frac{n^2 h^2}{8mL^2}$ 이다.

따라서 세 번째 에너지 준위의 들뜬 상태에서 첫 번째 에너지 준위(바닥상태)로 전이할 때 방출하는 광자의 에너지는 $\Delta E = E_3 - E_1 = \frac{3^2 h^2}{8mL^2} - \frac{h^2}{8mL^2} = \frac{h^2}{mL^2} = \frac{(hc)^2}{mc^2 L^2}$ 이다. 주어진 값을

대입하면 $\Delta E = \frac{(hc)^2}{mc^2 L^2} = \frac{(1.24 \times 10^3)^2}{(0.5 \times 10^6) \times (0.31)^2} = 32eV$ 이다.

26) [정답] ④

[해설]

원소가 α 붕괴를 하면 헬륨 원자핵(${}^4_2\text{He}^{2+}$)을 방출하므로 양성자 수(원자번호)는 2감소하고 중성자수도 2감소한다. β 붕괴를 하면 중성자가 양성자로 변하면서 베타입자(전자, ${}^0_{-1}e$)를 하므로 양성자 수(원자번호)는 1증가하고 중성자수는 1감소한다.

- ① 원소가 α 붕괴를 하면 질량수는 4 (양성자 2개 + 중성자 2개) 감소한다. (참)
- ② 원소가 α 붕괴를 하면 원자번호는 2 (양성자 2개) 감소한다. (참)
- ③ 원소가 β 붕괴를 하면 질량수 변화는 없다. (참)
- ④ 원소가 β 붕괴를 하면 원자번호는 1 감소한다. (거짓)
- ⑤ 원소가 β 붕괴를 하면 중성자의 수는 1 감소한다. (참)

27) [정답] ①

[해설]

개념 POINT

- ① 등속원운동의 경우 물체에 작용하는 힘의 방향과 물체의 운동 방향이 다르다. (참)
- ② 원자로에서는 핵분열 반응에서 나오는 질량결손 에너지를 이용한다. (거짓)
- ③ 원자로에서는 우라늄의 핵분열 반응에서 발생하는 에너지를 이용한다. (거짓)
- ④ 온도는 분자의 평균 병진운동에너지에 비례한다. (거짓)
- ⑤ 광전효과는 빛의 입자성으로 잘 설명된다. (거짓)

28) [정답] ①

[해설]

반감기는 방사성 물질의 양이나 붕괴율이 절반으로 줄어드는 데 걸리는 시간이다. 붕괴율 R 은 경과한 반감기의 횟수 n 에 따라 $R = R_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n$ 으로 감소한다. 주어진 조건에 의하면 $n = \frac{60}{15} = 4$ 이므로 $R = 4000 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 250$ 이다.

29) [정답] ④

[해설]

반감기는 방사성 물질의 양이나 붕괴율이 절반으로 줄어드는 데 걸리는 시간이다. 붕괴율(방사능) R 은 경과한 반감기의 횟수 n 에 따라 $R_2 = R_1 \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{R_1}{64}$ 으로 감소한다. 따라서 $R_1 = 64R_2$ 이다.

30) [정답] ③

[해설]

원소가 α 붕괴를 하면 헬륨 원자핵(${}^4_2\text{He}^{2+}$)을 방출하므로 양성자 수(원자번호)는 2감소하고 중성자수도 2감소한다. β 붕괴를 하면 중성자가 양성자로 변하면서 베타입자(전자, ${}^0_{-1}e$)를 하므로 양성자 수(원자번호)는 1증가하고 중성자수는 1감소한다.

따라서 x 번의 알파붕괴와 y 번의 베타-마이너스(β^-) 붕괴를 거치면 질량수는 $-4x$ 만큼 원자번호는 $-2x + y$ 만큼 변화한다. $-4x = 208 - 232 = -24$ 에서 $x = 6$ 이고, $-2x + y = 82 - 90 = -8$ 에서 $y = 4$ 이므로 $x + y = 10$ 이다.

31) [정답] ③

[해설]

질량수 보존법칙에 의해 $2 + x = 4 + 1$ 이므로 $x = 3$ 이다.

32) [정답] ①

[해설]

핵자수는 $2 + 3 = 5$ 이므로 이 반응에서 핵자 1개당 방출하는 에너지는 $\frac{17.6eV}{5} = 3.52eV$ 이다.

33) [정답] ⑤

[해설]

- ① 모든 핵반응에서 전하량 보존 법칙은 항상 성립한다. (참)
- ② β^- 붕괴에서는 전자가, β^+ 붕괴에서는 양전자가 방출된다. (참)
- ③ 핵자 수(질량수)는 '양성자 수 + 중성자 수'이다. 중성자가 양성자로 변하거나 그 반대의 경우이므로, 전체 합인 질량수는 변하지 않는다. (참)
- ④ 양성자 수가 1 증가(β^-)하거나 1 감소(β^+)하므로 원자번호는 반드시 1만큼 차이 난다. (참)

- ⑤ β^- 붕괴 시 중성자 수는 1 감소하고, β^+ 붕괴 시 중성자 수는 1 증가한다. 따라서 중성자 수는 반드시 변하게 됩니다. (거짓)

개념 POINT

34) [정답] ④ 나, 다

[해설] n 번째 보강간섭인 곳의 각도를 θ 라고 하면

$$\sin\theta = \frac{n\lambda}{d}$$

간격이 넓어지려면 L 이 커지거나 λ 가 커지고 d 가 줄어들면 된다.

가) 전압이 증가하면 λ 가 줄어들고 간격이 좁아진다. (X)

나) d 가 줄어들면 간격이 넓어진다. (O)

다) L 이 커지면 간격이 넓어진다. (O)

35) [정답] ④ ㄱ, ㄴ

[해설]

ㄱ.대응원리에 의해 거시계에 가까워지면 고전역학적 서술에 근접해 진다. (O)

ㄴ.모두 전자기파이다. (O)

ㄷ.전자의 물질파의 회절이 가능하다. (X)

36) [정답] ④ $2\sqrt{2}:1$

[해설]

질량이 m 인 입자가 V 로 가속되면 운동에너지는 $qV = \frac{p^2}{2m}$ 이며

따라서 $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mqV}}$ 이다.

$$\lambda_{proton} : \lambda_{\alpha} = \frac{h}{\sqrt{2mqV}} : \frac{h}{\sqrt{2(4m)(2q)V}} = 2\sqrt{2}:1$$

37) [정답] ④ ㄱ, ㄴ

[해설]

ㄱ. 물질파의 파장을 구하기 위해 전자의 운동량을 구해보자.

정지상태의 전자가 ΔV 에 의해 가속되었으므로

$$\frac{p^2}{2m} = e\Delta V \quad \Rightarrow \quad p = \sqrt{2me\Delta V}$$

이다.

물질파의 파장은 $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2me\Delta V}}$ 이다. (O)

ㄴ. 점 a 는 중앙 밝은 무늬에서 가장 가까운 상쇄간섭지점이므로 $d\sin\theta = \frac{\lambda}{2}$ 가 만족하는 점이다.

ㄷ. ΔV 가 증가하면 λ 는 감소하고 따라서 Δy 는 감소하게 된다. $\left(\Delta y \simeq \frac{L\lambda}{d}\right)$

38) [정답] ④ 가, 다

[해설]

● 배경지식 및 자료해석 :

보어 원자모형에서는 두 가지의 가정으로 반지름의 양자화와 에너지의 양자화를 유도할 수 있어야 한다.

$$L = mvr = n\hbar \quad (n=1, 2, \dots) \quad \text{각운동량의 양자화}$$

$$k \frac{e^2}{r^2} = m \frac{v^2}{r}, \quad E = -\frac{ke^2}{2e} \text{ 원운동}$$

이를 연립하면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$\text{반지름의 양자화 } r_n = \frac{\hbar^2 n^2}{mke^2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$\text{에너지 준위의 양자화 } E_n = -\frac{mk^2 e^4}{2\hbar^2 n^2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

수소원자의 선스펙트럼은

$$\frac{hc}{\lambda} = E_{n_2} - E_{n_1}$$

이다.

● 정답해설 :

가. 다. 는 맞는 진술이다.

● 오답해설 :

나. 는 전자의 각운동량은 불연속적인 값을 갖는다.

$$39) [\text{정답}] (1) \frac{\epsilon_0 \hbar^2}{\pi m e^2} \quad (2) R = \frac{m e^4}{8 \epsilon_0^2 \hbar^3 c}$$

[해설]

$$(1) \text{ Bohr의 양자화 조건에서 } mrv = n\hbar \Rightarrow v = \frac{n\hbar}{mr}$$

전기력이 구심력이므로,

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = m \frac{v^2}{r} = \frac{m}{r} \left(\frac{n\hbar}{mr} \right)^2 \Rightarrow r = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m e^2} n^2 = \frac{4\pi\epsilon_0}{m e^2} \left(\frac{\hbar}{2\pi} \right)^2 n^2$$

$$r_n = \frac{\epsilon_0 \hbar^2}{\pi m e^2} n^2 \dots (*)$$

따라서 $a = \frac{\epsilon_0 \hbar^2}{\pi m e^2}$ 이다.

(2) 에너지를 구해보자.

등속 원운동에 의해

$$K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \frac{m v^2}{r} r = \frac{r}{2} \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} \right) = \frac{1}{2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}$$

따라서 역학에너지는

$$E = K + U = \frac{1}{2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} = -\frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}$$

여기에 (*)를 대입하면

$$E_n = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0} \frac{\pi m e^2}{\epsilon_0 \hbar^2} \frac{1}{n^2} = -\frac{m e^4}{8 \epsilon_0^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2}$$

수소원자의 선 스펙트럼은

$$\frac{hc}{\lambda} = E_{n_2} - E_{n_1}$$

에서

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{hc} (E_{n_2} - E_{n_1}) = \frac{m e^4}{8 \epsilon_0^2 \hbar^3 c} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

따라서 리드베리 상수 $R = \frac{m e^4}{8 \epsilon_0^2 \hbar^3 c}$ 이다.

40) [정답] ⑤ $4r_0$ $2\lambda_0$

[해설]

● 배경지식 및 자료해석 :

보어 원자모형에서는 두 가지의 가정으로 반지름의 양자화와 에너지의 양자화를 유도할 수 있어야 한다.

$$L = mvr = n\hbar \quad (n = 1, 2, \dots) \quad \text{각운동량의 양자화}$$

$$k \frac{e^2}{r^2} = m \frac{v^2}{r}, \quad E = -\frac{ke^2}{2e} \quad \text{원운동}$$

이를 연립하면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$\text{반지름의 양자화 } r_n = \frac{\hbar^2 n^2}{mke^2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$\text{에너지 준위의 양자화 } E_n = -\frac{mk^2 e^4}{2\hbar^2 n^2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

● 정답해설 :

궤도 반지름은 $r_2 = 2^2 r_1 = 4r_1$ 이다.

물질파의 파장은

$$L = mvr = n \frac{h}{2\pi} \quad \text{에서 } \lambda_n = \frac{h}{mv} = \frac{2\pi r_n}{n} = \frac{2\pi r_1 n^2}{n} \propto n$$

따라서 $\lambda_2 = 2\lambda_1$ 이다.

41) [정답] ① ㄱ

[해설]

● 배경지식 및 자료해석 :

보어 원자모형에서는 두 가지의 가정으로 반지름의 양자화와 에너지의 양자화를 유도할 수 있어야 한다.

$$L = mvr = n\hbar \quad (n = 1, 2, \dots) \quad \text{각운동량의 양자화}$$

$$k \frac{e^2}{r^2} = m \frac{v^2}{r}, \quad E = -\frac{ke^2}{2e} \quad \text{원운동}$$

이를 연립하면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$\text{반지름의 양자화 } r_n = \frac{\hbar^2 n^2}{mke^2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$\text{에너지 준위의 양자화 } E_n = -\frac{mk^2 e^4}{2\hbar^2 n^2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

● 정답해설 :

(가) 는 $n=2$ 인 경우이고 (나) 는 $n=3$ 인 경우이다.

ㄱ. $L = n\hbar$ 이므로 n 에 비례한다.

● 오답해설 :

ㄴ. 쿨롱 힘의 크기는 $F = \frac{ke^2}{r^2} \propto \frac{1}{n^4}$ 이므로 힘의 크기는 (가)가 더 크다.

ㄷ. 전자의 운동에너지는 $K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{ke^2}{2r} \propto \frac{1}{n^2}$ 이므로 힘의 크기는 (가)가 더 크다.

42) [정답] (1) 12.1eV (2) 12.1eV/c (3) 102nm

[해설] (1) 방출되는 광자의 에너지는

$$E = E_3 - E_1 = -13.60\text{eV} \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{1^2} \right) = 12.1\text{eV}$$

개념 POINT

$$(2) p = \frac{E}{c} = \frac{(12.1\text{eV})}{c} = 12.1\text{eV}/c$$

(3) 방출되는 광자의 파장은

$$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{1240\text{eV} \cdot \text{nm}}{12.1\text{eV}} = 102\text{nm}$$

43) [정답] ③ ㄷ

[해설]

- ㄱ. 선은 헬륨 원자핵 ${}^4_2\text{He}$ 이다. 따라서 양성자수와 중성자수가 같다. (X)
 ㄴ. β 선은 전자로써 음(-)전하를 띤다. (X)
 ㄷ. 방사선의 종류에 따라 투과되는 정도가 달라서 인체에 흡수되는 정도가 다르므로 방사선의 종류와 에너지에 따라 인체에 미치는 영향이 다르다. (O)

44) [정답] ② ㄴ

[해설]

- ㄱ.(가)는 질량수와 원자번호가 변하지 않았으므로 감마선이다. (X)
 ㄴ. (나)는 알파선이므로 (가)의 감마선보다 투과력이 약하다. (O)
 ㄷ.(다)는 β^+ 선으로 양전하를 띤고 있다. (원자번호가 감소하였으므로 양성자가 중성자로 변하면서 β^+ 를 방출하였다.)

45) [정답] (1) 풀이참조

$$(2) x = 150, y = 30$$

[해설]

- (1) 중성자가 분열되면 양성자와 전자 그리고 중성미자가 생겨난다.
 (2) 질량수가 보존되므로 $240 + x = 90$ 이다. 따라서 $x = 150$ 이다.
 양성자수가 보존되므로 $90 = 60 + y$ 이다. 따라서 $y = 30$ 이다.

46) [정답] (1) 0.250 (2) 0.125

[해설]

$$(1) 60\text{y} = 2(30\text{y})$$

따라서 남은 비율은

$$2^{-3} = 1/8 = 0.125$$

$$(2) 90\text{y} = 3(30\text{y})$$

따라서 남은 비율은

$$2^{-2} = 1/4 = 0.250$$

47) [정답] $3.2 \times 10^4\text{yr}$

[해설]

1차 반응의 활성도는

$$R = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \lambda N = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

이다. 반감기를 이용해서 반응 상수 λ 를 구하면 다음과 같다.

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$$

따라서 $R = \lambda N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t}$ 가 되며 R 이 0.020배가 되는데 걸리는 시간은 $0.020 = e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t}$ 에서

$$t = \frac{-\ln 0.020}{\ln 2} (5730\text{y}) = 3.2 \times 10^4\text{yr}$$

48) [정답] ④ ㄴ, ㄷ

[해설]

● 배경지식 및 자료해석 :

원자의 표기에서 질량수와 원자번호(양성자수)를 읽을 수 있어야 한다. α, β, γ 붕괴에서 질량수와 원자번호의 변화량을 알아야 한다. 에너지는 질량결손에 의해 생긴다.

● 정답해설 :

ㄴ. $^{238}_{92}\text{U}$ 의 중성자수는 $N_U = 238 - 92 = 146$

$^{226}_{88}\text{Ra}$ 의 중성자수는 $N_{Ra} = 226 - 88 = 138$ 이므로 $^{238}_{92}\text{U}$ 이 $^{226}_{88}\text{Ra}$ 보다 8개보다 많다.

ㄷ. $^{238}_{92}\text{U}$ 의 붕괴의 질량결손에서 알파입자를 제외하면

$$\Delta m_U + m_\alpha = 238.05079 - 234.04363 = 4.00716$$

이며

$^{226}_{88}\text{Ra}$ 의 붕괴의 질량결손에서 알파입자를 제외하면

$$\Delta m_{Ra} + m_\alpha = 226.02540 - 222.01757 = 4.00783$$

이다. 따라서 우라늄의 질량결손에 의해 나오는 에너지가 라듐의 질량결손에 의해 나오는 에너지보다 작다.

(두 반응 모두 알파붕괴이므로 비교가 가능하다.)

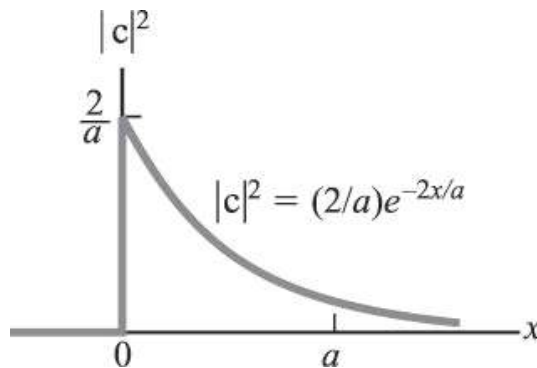
● 오답해설 :

ㄱ. (가)는 질량수 4이고 원자번호가 2인 α 입자 $^4_2\text{He}^{2+}$ 이다.

49) [정답] (a) 풀이참조 (b) 0 (c) 0.865

[해설]

$$(a) |\psi(x)| = \begin{cases} \frac{2}{a}e^{-2x/a} & x > 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$



(b) 확률이 0이다.

$$(c) \int_{-\infty}^0 0 dx + \int_0^{\infty} \frac{2}{a}e^{-2x/a} dx = 0 + [-e^{-2x/a}]_0^{\infty} = 1$$

이므로 규격화되어 있다.

$$\int_0^a \frac{2}{a}e^{-2x/a} dx = [-e^{-2x/a}]_0^a = 1 - e^{-2} = 0.865$$

50) [정답] ①

ㄱ. 파동함수는 직접 측정하거나 관찰할 수 없다. 파동함수는 중첩이 가능하다. (O)

ㄴ. $P(a < x < b) = \int_a^b |\psi(x)|^2 dx$ 이다. 보기에서는 제곱이 빠져 있다. (X)

ㄷ. 파동함수가 주어져도 물리량의 측정에는 확률이 관여한다. 따라서 미래를 정확하게 예측

하는 것은 불가능하다. (X)

개념 POINT

51) [정답] $A = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{15}{b^5}}$

[해설]

규격화 조건에 의해

$$\begin{aligned} 1 &= \int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 dx \\ &= \int_{-b}^b A^2 (b^2 - x^2)^2 dx \\ &= 2A^2 \int_0^b (b^4 - 2b^2 x^2 + x^4) dx \\ &= 2A^2 \left\{ b^4(b-0) - \frac{2}{3} b^2(b^3-0) + \frac{1}{5} b^5 \right\} \\ &= 2A^2 \left(1 - \frac{2}{3} + \frac{1}{5} \right) = \frac{16A^2 b^5}{15} \end{aligned}$$

정리하면

$$A = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{15}{b^5}}$$

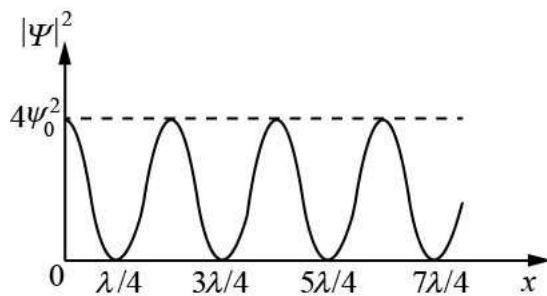
이다.

52) [정답] (1) (2) (3) 풀이 참조 (4) $x = \frac{n\lambda}{2}$, n 은 정수

[해설] (1) $|\Psi(x, t)|^2 = |\psi_0 e^{i(kx - \omega t)} + \psi_0 e^{-i(kx + \omega t)}|^2$

$$\begin{aligned} &= |\psi_0 e^{-i\omega t} \{e^{ikx} + e^{-ikx}\}|^2 \\ &= \psi_0^2 \{2\cos kx\}^2 \\ &= 2\psi_0^2 [1 + \cos 2kx] \end{aligned}$$

(2)



(3) $|\Psi(x, t)|^2 = 2\psi_0^2 [1 + \cos 2kx] = 0$ 인 지점은 $2kx = \pi(2n+1) \Rightarrow x = \frac{\lambda}{4}(2n+1)$

(4) $|\Psi(x, t)|^2 = 2\psi_0^2 [1 + \cos 2kx] = 4\psi_0^2$ 이 되는 지점은

$$2kx = 2n\pi \Rightarrow x = \frac{n\lambda}{2}$$

단, n 은 정수

53) [정답] ② $\sqrt{\frac{2}{L}}$

[해설] 규격화 조건을 적용하면,

$$1 = \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(x)|^2 dx = A^2 \int_{-L}^{+L} \sin^2\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx$$

$$\begin{aligned}
 &= A^2 \int_{-L}^{+L} \left[\frac{1 - \cos\left(\frac{2n\pi x}{L}\right)}{2} \right] dx \\
 &= A^2 \left[\frac{x}{2} - \frac{L}{4n\pi} \sin\left(\frac{2n\pi x}{L}\right) \right]_{-L}^{+L} = A^2 \left(\frac{L}{2} \right) \\
 \Rightarrow A &= \sqrt{\frac{2}{L}}
 \end{aligned}$$

54)

[정답] ⑤

[해설]

ㄱ. $n=1$ 일 때, 길이가 L 인 일차원 상자에 갇힌 전자의 에너지는 가장 작으므로 전자의 물질파가 만드는 정상파는 $x=0$ 과 $x=L$ 에서만 마디가 되는 기본진동이 된다. 따라서 물질파의 파장은 $2L$ 이다. (O)

ㄴ. $n=2$ 일 때, $x = \frac{L}{4}$ 과 $x = \frac{3L}{4}$ 에서 파동함수의 절댓값의 제곱은 같으므로 전자를 발견할 확률밀도는 서로 같다. (O)

ㄷ. L 이 감소하면 전자의 위치 불확정성(Δx)은 감소하게 되므로 불확정성 원리($\Delta x \Delta p \geq \hbar$)에 따라 전자의 운동량의 불확정성(Δp)은 증가하게 된다. (O)

55)

[정답] ④ 0.20

[해설]

반사계수 R 과 투과계수 T 는 각각 반사할 확률과 투과할 확률을 의미한다.

$$R + T = 1$$

가 성립하므로 $T=0.20$ 이다.

56) [정답] ①

[해설]

● 배경지식 및 자료해석 :

파동함수의 크기의 절대값이 확률밀도 함수임을 알고 있어야 한다.

퍼텐셜이 유한한 경우 ψ 와 $\frac{d\psi}{dx}$ 는 연속이다.

입자의 역학에너지 그리고 퍼텐셜에너지와 물질파의 파장 사이의 관계식을 구할 수 있어야 한다.

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m(E-U)}}$$

● 정답해설 :

장벽외부에서는 $U=0$ 이므로 파장이 같아야 한다.

또한 투과파는 양의 x 방향으로 진행하므로 사인파의 형태일 것이며, 투과파의 진폭은 입사파의 진폭보다 작다.

그리고 파동함수와 그 기울기가 연속이므로 스무스하게 연결되어야 한다. 이를 만족하는 그래프는 ①이다.

57) [정답] ② ㄴ

[해설]

장벽을 투과할 확률은 대략

$$P \sim e^{-2bL}$$

이다. 여기서 $b = \frac{\sqrt{2m(U_0 - E)}}{\hbar}$ 이다.

ㄱ. 장벽의 높이 U_0 가 높아지면 b 가 커져서 투과할 확률은 낮아진다. (X)

ㄴ. 장벽의 길이가 감소하면 투과할 확률은 커진다. (O)

ㄷ. 드브로이 파장을 λ 라고 하고 역학에너지를 구해보자. $x < 0$ 인 영역은 $U=0$ 이므로 역학에

너지와 운동에너지가 같다. 운동에너지는 $E = \frac{p^2}{2m} = \frac{1}{2m} \left(\frac{h}{\lambda} \right)^2 = \frac{h^2}{2m\lambda^2}$ 이므로 드브로이 파장

이 길수록 역학에너지가 작아진다. 역학에너지가 감소하면 투과할 확률은 줄어든다. (X)

58) [정답] ② ㄷ

[해설]

ㄱ. $E_0 < V_0$ 이므로 장벽 내에서 파동함수는 지수함수이다. (X)

ㄴ. $T \simeq e^{-2bL_0}$, $b = \frac{\sqrt{2m(V_0 - E_0)}}{\hbar}$ 에서 V_0 , E_0 가 2배가 되면 b 가 $\sqrt{2}$ 배가 되고, 투과율을 감소하게 된다. (X)

ㄷ. L_0 이 작을수록 투과율이 증가하고 따라서 $x > L_0$ 인 영역에서 입자를 발견할 확률이 커진다. (O)

개념 POINT